

Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. Исследование совместной работы кольцевой и разветвленной литниковых систем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2020. – Т. 22, № 3. – С. 76–88. DOI: 10.15593/2224-9877/2020.3.10

Vasenin V.I., Bogomjagkov A.V., Sharov K.V. Investigating of the common work on the ring-shaped gating system and the branched gating system. *Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science*, 2020, vol. 22, no. 3, pp. 76–88. DOI: 10.15593/2224-9877/2020.3.10

ВЕСТНИК ПНИПУ. Машиностроение, материаловедение

Т. 22, № 3, 2020

Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science

<http://vestnik.pstu.ru/mm/about/inf/>

DOI: 10.15593/2224-9877/2020.3.10

УДК 621.746.628.4

В.И. Васенин, А.В. Богомягков, К.В. Шаров

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия

ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ КОЛЬЦЕВОЙ И РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЛИТНИКОВЫХ СИСТЕМ

При расчете литниковых систем возникает проблема использования уравнения Бернулли, которое выведено для систем с одним питателем. При количестве питателей, большем одного, что-либо похожее на УБ получить не удалось. Исходя из этого, использовали классическое УБ для расчетов многопитательных ЛС и проверили его на практике. Теоретически и экспериментально исследована самая сложная многопитательная ЛС, состоящая из кольцевой и разветвленной систем, расположенных на разных уровнях. Приведено описание лабораторного варианта такой системы. Разработана методика расчета скоростей и расходов жидкости в зависимости от количества одновременно работающих питателей и их расположения по высоте системы. Учитываются четыре вида потерь напора: на трение по длине, в местных сопротивлениях, на деление потока на части, на ответвление части потока из коллектора в питатель. Расчет ведется методом последовательных приближений до получения допустимой величины расхождения между заданными и рассчитанными значениями скоростей движения жидкости. При присоединении одной ЛС к другой в каждой из систем сохраняются найденные отношения скоростей. И их рассчитывать заново не нужно. Однако абсолютные значения скоростей жидкости в питателях изменяются (уменьшаются). Следует только методом последовательных приближений определить отношение скоростей при делении потока на две части при выходе из стояка. Показано соответствие экспериментальных результатов на воде и жидких металлах: гидравлические сопротивления металлов подчиняются обычным законам гидравлики для ньютоновых жидкостей. С учетом ранее исследованных ЛС можно считать доказанной возможность использования уравнения Бернулли для сечений потока с разными расходами, т.е. для расчетов многопитательных литниковых систем. Хотя УБ выведено для потока с постоянным расходом, т.е. для ЛС с одним питателем.

Ключевые слова: литниковая чаша, стояк, коллектор, питатель, коэффициент сопротивления, коэффициент расхода, скорость потока, расход жидкости.

V.I. Vasenin, A.V. Bogomjagkov, K.V. Sharov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

INVESTIGATING OF THE COMMON WORK ON THE RING-SHAPED GATING SYSTEM AND THE BRANCHED GATING SYSTEM

In the process of calculating Gating systems (GS) it is arisen the problem of using the Bernoulli equation (BE) which has been derived for systems with a single feeder. When the number of feeders is more than one it could not be obtained anything similar to BE. Therefore, we used the classical BE for calculating multi-feeding GS and tested them in practice. The most complex multi-feeding GS consisting of ring-shaped and ramified systems located at different levels has been studied theoretically and experimentally. The description of the laboratory version of such a system has been given. The technique of calculating speed and flow rates of the liquid depending on the number of simultaneously operating feeders and their height placing in the system has been developed. Four types of pressure losses are taken into account: for friction along the length, in local resistances, for dividing the flow into parts, and for ramifying one part of the flow from the collector to the feeder. The calculation is carried out by the method of successive approximations until the permissible value of the discrepancy between the set and calculated values of the fluid velocity is obtained. When one GS is connected to another the found speed ratios have been saved in each of the systems. And they shouldn't be calculated again. However, the absolute values of fluid velocities in the feeder are changed (reduced). By the method of successive approximation it should only be determined the ration of flow velocities at its division into two parts in the exit of the riser. It is shown the correspondence of experimental results on water and liquid metals: the hydraulic resistances of metals obey the usual laws of hydraulics for Newtonian liquids. Taking into account the previously studied GS we can consider the possibility of using the Bernoulli equation for cross-sections of flows with different flow rates, that is, for calculating multi-feed gate systems despite the fact that BE has been derived for a flow with a constant flow rate, that is, for a single-feeder GS.

Keywords: gating bowl, riser, collector, feeder, resistance coefficient, flow coefficient, flow rate, liquid flow rate.

Введение

Ранее были теоретически и экспериментально исследованы горизонтальные одно- и многопитательные литниковой системы (ЛС): L-образная, P-образная, разветвленная, крестовинная, ярусная, одно- и двухкольцевая, L-образная система с коллектором переменного сечения, система со стояками разной высоты. Изучались также вертикальные ЛС с разным количеством питателей на ярусах. В расчетах многопитательных ЛС использовалось уравнение Бернулли (УБ), хотя оно выведено для потока с постоянным расходом (массой) [1, с. 10; 2, с. 205], т.е. для ЛС с одним питателем. Следовательно, УБ работает и в потоке с переменным расходом, хотя непонятно, почему оно работает. И возможность использования УБ при расчетах ЛС с изменяющимся от максимального до нуля расходом в коллекторе (шлакоуловителе) теоретически не доказана. Ввиду этого представляется целесообразным экспериментально и расчетами исследовать, по-видимому, самую сложную многопитательную ЛС, состоящую из кольцевой и разветвленной систем, расположенных на разных уровнях.

Методика исследований

Система (рисунок) состоит из литниковой чаши, стойка, переходника, коллектора и семи одинаковых питателей I–VII. Питатели I–III образуют горизонтальную кольцевую ЛС, питатели IV–VII – разветвленную ЛС. Внутренний диаметр чаши равен 272 мм, высота воды в чаше – 103,5 мм. Уровень жидкости H – расстояние по вертикали от сечения I–I в чаше до сечения 0–0 в коллекторе и стояке – поддерживался постоянным путем непрерывного доливания воды в чашу и слива ее излишек через специальную щель в чаше: $H = 0,6135$ м. Жидкость выливается сверху из питателей в формы.

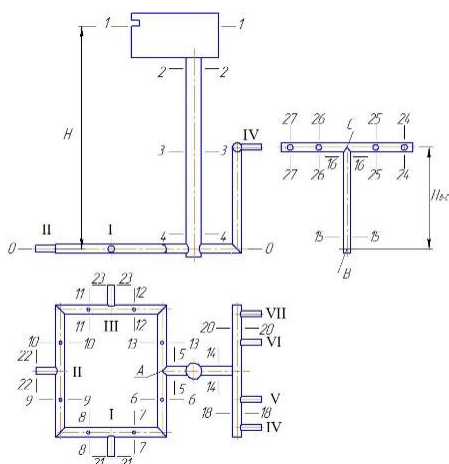


Рис. Литниковая система

Время истечения жидкости из каждого питателя составляло 45–215 с – в зависимости от количества одновременно работающих питателей, а объем вылившейся из каждого питателя воды – около 8 л. Эти временные и объемные ограничения обеспечили отклонение от среднего значения скорости $\pm 0,005$ м/с. Расход жидкости из каждого питателя определялся не менее 6 раз.

Основная часть

Сначала подсчитаем характеристики ЛС при работе только одного питателя I для случая, когда гидравлическая система разомкнута в сечении 13–13 (нет кольца). Составим УБ для сечений I–I и 21–21 ЛС:

$$H = \alpha \frac{v_{21}^2}{2g} + h_{1-21}, \quad (1)$$

где α – коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока (коэффициент Кориолиса); принимаем $\alpha = 1,1$ [2, с. 108]; v_{21} – скорость металла в сечении 21–21, м/с; g – ускорение свободного падения; $g = 9,81$ м/с²; h_{1-21} – потери напора при движении жидкости от сечения I–I до сечения 21–21, м. Эти потери напора

$$h_{1-21} = \left(\zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст}}{d_{ст}} \right) \alpha \frac{v_{ст}^2}{2g} + \left(\zeta_{пер} + \lambda \frac{l_{ст-1}}{d_{к}} + \zeta_{5-6} + \zeta_{6-7} \right) \times \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g}, \quad (2)$$

где $\zeta_{ст}$, $\zeta_{пер}$, ζ_{5-6} , ζ_{6-7} , ζ_n – коэффициенты местных сопротивлений входа металла из чаши в стояк, поворота из стояка в переходник, поворота из сечения 5–5 переходника в сечение 6–6 коллектора, поворота из сечения 6–6 в сечение 7–7 коллектора, поворота из сечения 7–7 коллектора в питатель I с выходным сечением 21–21; λ – коэффициент потерь на трение; $l_{ст}$ – длина (высота) стояка, м; $l_{ст} = 0,518$ м; $d_{ст}$, $d_{пер}$, $d_{к}$, d_n – гидравлические диаметры стояка, переходника, коллектора и питателя I, м; $d_{ст} = 0,02408$ м, $d_{к} = d_{пер} = d_6 = \dots = d_{20} = 0,01603$ м, $d_n = 0,00903$ м; $v_{ст}$ – скорость жидкости в стояке, м/с; v_5 – скорость жидкости в сечении 5–5 переходника, м; $l_{ст-1}$ – расстояние от стояка до питателя I, м; $l_{ст-1} = 0,370$ м; l_n – длина питателя, м; $l_n = 0,0495$ м. Расход в ЛС при сливе сверху определяется скоростью металла v_{21} в выходном сечении 21–21 питателя I и площадью его поперечного сечения:

$Q = v_{21} S_{\Pi}$. Остальные скорости жидкости в каналах ЛС определяем из уравнения неразрывности потока:

$$Q = v_{\text{ст}} S_{\text{ст}} = v_5 S_{\text{пер}} = v_6 S_{\text{к}} = v_7 S_{\text{к}} = v_{21} S_{\Pi}, \quad (3)$$

где $S_{\text{ст}}$, $S_{\text{пер}}$, $S_{\text{к}}$ – площади сечений стояка, переходника и коллектора, м². $S_{\text{пер}} = S_6 = S_7 = S_{\text{к}}$, $v_5 = v_6 = v_7$. Выразим все скорости металла в уравнении (2) через скорость v_{21} , используя уравнение неразрывности потока (3):

$$h_{1-21(21)} = \alpha \frac{v_{21}^2}{2g} \times \left[\left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_{\text{ст}}} \right) \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\text{ст}}} \right)^2 + \left(\zeta_{\text{пер}} + \zeta_{5-6} + \zeta_{6-7} + \lambda \frac{l_{\text{ст-1}}}{d_{\text{к}}} \right) \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \zeta_{\Pi} + \lambda \frac{l_{\Pi}}{d_{\Pi}} \right]. \quad (4)$$

Выражение в квадратных скобках обозначим как $\zeta_{1-21(21)}$ – это коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 21–21, приведенный к скорости жидкости в сечении 21–21:

$$\zeta_{1-21(21)} = \left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_{\text{ст}}} \right) \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\text{ст}}} \right)^2 + \left(\zeta_{\text{пер}} + \zeta_{5-6} + \zeta_{6-7} + \lambda \frac{l_{\text{ст-1}}}{d_{\text{к}}} \right) \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \zeta_{\Pi} + \lambda \frac{l_{\Pi}}{d_{\Pi}}. \quad (5)$$

Теперь уравнение (1) можно записать следующим образом: $H = \alpha v_{21}^2 (1 + \zeta_{1-21(21)}) / 2g$, а коэффициент расхода системы от сечения 1–1 до сечения 21–21, приведенный к скорости v_{21} ,

$$\mu_{1-21(21)} = (1 + \zeta_{1-21(21)})^{-1/2}. \quad (6)$$

Скорость

$$v_{21} = \mu_{1-21(21)} \sqrt{2gH / \alpha}. \quad (7)$$

Расход Q находим по выражению (3). Принимаем, как и в работах [3, 4], что коэффициент потерь на трение $\lambda = 0,03$. Коэффициент местного сопротивления входа из чаши в стояк в зависимости от радиуса скругления входной кромки определяем по справочнику [5, с. 126]: $\zeta_{\text{ст}} = 0,12$. Коэффициенты местных сопротивлений [6]: $\zeta_{\text{пер}} = 0,396$, $\zeta_{5-6} = \zeta_{6-7} = \zeta = 0,885$, $\zeta_{\Pi} = 0,334$.

Результаты расчетов по соотношениям уравнений (5)–(7) и уравнения (3): $\zeta_{1-21(21)} = 0,801425$, $\mu_{1-21(21)} = 0,745061$, $v_{21} = 2,464634$ м/с, $Q_{21} = 157,840255 \cdot 10^{-6}$ м³/с.

При расчете истечения из питателей II или III нужно в формуле (5) заменить $l_{\text{ст-1}} = 0,370$ м на $l_{\text{ст-II}} = 0,623$ м для питателя II и на $l_{\text{ст-III}} = 0,876$ м для питателя III. Для питателя II нужно учесть два поворота ζ на 90°, для питателя III – три поворота ζ на 90°.

При работе только питателя IV УБ для сечений 1–1 и 24–24 запишется следующим образом:

$$H - H_{B-C} = \alpha \frac{v_{24}^2}{2g} + h_{1-24}, \quad (8)$$

где H_{B-C} – расстояние по вертикали между точками B и C, м; $H_{B-C} = 0,232$ м; v_{24} – скорость металла в сечении 24–24 питателя IV, м/с; h_{1-24} – потери напора при движении жидкости от сечения 1–1 до сечения 24–24, м. Эти потери напора

$$h_{1-24} = \left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_{\text{ст}}} \right) \alpha \frac{v_{\text{ст}}^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{пер}} + \zeta_{14-15} + \lambda \frac{l_{\text{ст-IV}}}{d_{\text{к}}} + \zeta_{16-17} \right) \alpha \frac{v_{14}^2}{2g} + \left(\zeta_{\Pi} + \lambda \frac{l_{\Pi}}{d_{\Pi}} \right) \alpha \frac{v_{24}^2}{2g}.$$

Здесь ζ_{14-15} , ζ_{16-17} – коэффициенты местных сопротивлений поворота жидкости из сечения 14–14 в сечение 15–15, поворота из сечения 16–16 в сечение 17–17; $\zeta_{14-15} = \zeta_{16-17} = \zeta = 0,885$. $l_{\text{ст-IV}}$ – расстояние от стояка до питателя IV; $l_{\text{ст-IV}} = 0,592$ м. $Q = v_{\text{ст}} S_{\text{ст}} = v_{14} S_{\text{к}} = v_{15} S_{\text{к}} = v_{16} S_{\text{к}} = v_{17} S_{\text{к}} = v_{24} S_{\Pi}$, $v_{14} = v_{15} = v_{16} = v_{17}$, а коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 24–24, приведенный к скорости жидкости в сечении 24–24,

$$\zeta_{1-24(24)} = \left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_{\text{ст}}} \right) \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\text{ст}}} \right)^2 + \left(\zeta_{\text{пер}} + 2\zeta + \lambda \frac{l_{\text{ст-IV}}}{d_{\text{к}}} \right) \left(\frac{S_{\Pi}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \zeta_{\Pi} + \lambda \frac{l_{\Pi}}{d_{\Pi}}.$$

Коэффициент расхода $\mu_{1-24(24)} = (1 + \zeta_{1-24(24)})^{-1/2}$, скорость $v_{24} = \mu_{1-24(24)} \sqrt{2g(H - H_{B-C}) / \alpha}$, расход $Q = v_{24} S_{\Pi}$.

Таблица 1

Характеристики ЛС при работе одного питателя

Питатель	ζ	μ	ν	Q	$\Delta Q, \%$
I*	0,801	0,745	$\frac{2,465}{2,43}$	$\frac{157,84}{155,62}$	+1,4
I	0,659	0,776	$\frac{2,568}{2,54}$	$\frac{164,47}{162,67}$	+1,1
II*	0,938	0,718	$\frac{2,376}{2,33}$	$\frac{152,17}{149,22}$	+2,0
II	0,667	0,774	$\frac{2,562}{2,52}$	$\frac{164,06}{161,39}$	+1,7
III*	1,075	0,694	$\frac{2,296}{2,24}$	$\frac{147,07}{143,45}$	+2,5
III	0,659	0,776	$\frac{2,568}{2,53}$	$\frac{164,47}{162,03}$	+1,5
IV**	0,843	0,737	$\frac{1,921}{1,89}$	$\frac{123,05}{121,04}$	+1,7
V***	0,821	0,741	$\frac{1,933}{1,88}$	$\frac{123,80}{120,40}$	+2,8

Примечание. *Гидравлическая система разомкнута в сечении 13–13.

**У питателя IV такие же характеристики, как у питателя VII.

***У питателя V такие же характеристики, как у питателя VI.

Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) – в табл. 1. $\Delta Q = \frac{Q - Q_{\text{эксп}}}{Q_{\text{эксп}}} \cdot 100 \%$.

Когда питатель I находится в кольце, то потери напора в коллекторе с сечениями 6–6 и 7–7 должны быть равны потерям напора в коллекторе с сечениями 13–13, 12–12, 11–11 и 8–8, так как это параллельные трубопроводы. УБ для сечений 5–5 и 21–21 (по пути через сечения 6–6 и 7–7)

$$\frac{p_5}{\gamma} + \alpha \frac{v_5^2}{2g} = \left(\zeta_{5-6(6)}^{\lambda} + \lambda \frac{l_{A-1}}{d_k} + \zeta \right) \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{пс}} + \lambda \frac{l_{\text{п}}}{d_{\text{п}}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g} + \frac{p_{21}}{\gamma} \quad (9)$$

УБ для сечений 5–5 и 21–21 (через сечения 13–13, 11–11 и 8–8)

$$\frac{p_5}{\gamma} + \alpha \frac{v_5^2}{2g} = \left(\zeta_{5-13(13)}^{\lambda} + \lambda \frac{l_{A-1(13-8)}}{d_k} + 3\zeta \right) \alpha \frac{v_{13}^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{пс}} + \lambda \frac{l_{\text{п}}}{d_{\text{п}}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g} + \frac{p_{21}}{\gamma} \quad (10)$$

Здесь p_5 и p_{21} – давления в сечениях 5–5 и 21–21, Н/м²; γ – удельный вес жидкого металла, Н/м³;

l_{A-1} – расстояние от точки A до питателя I, м; $l_{A-1} = 0,245$ м; $l_{A-1(13-8)}$ – расстояние от точки A до питателя I по пути через сечения 13–13, 12–12, 11–11 и 8–8; $l_{A-1(13-8)} = 0,751$ м; $\zeta_{\text{пс}}$ – коэффициент местного сопротивления поворота из коллектора в питатель I при подводе жидкости к питателю с двух сторон; $\zeta_{\text{пс}} = 0,218$ [7]; $\zeta_{5-6(6)}^{\lambda}$ – коэффициент сопротивления на деление потока в переходнике в сечении 5–5 между сечениями 6–6 и 13–13, приведенный к скорости металла в сечении 6–6; $\zeta_{5-13(13)}^{\lambda}$ – коэффициент сопротивления на деление потока в переходнике в сечении 5–5 между сечениями 6–6 и 13–13, приведенный к скорости жидкости в сечении 13–13. Эти коэффициенты определяем по следующему выражению [5, с. 277]:

$$\zeta^{\lambda} = \left[1 + \phi \left(v_d / v \right)^2 \right] / \left(v_d / v \right)^2, \quad (11)$$

где ϕ – коэффициент, зависящий от скругления кромок места деления потока; при большом радиусе скругления $\phi = 0,3$; при нулевом радиусе скругления $\phi = 1,5$; для нашей ЛС $\phi = 1,5$; v – скорость жидкости до деления потока, м/с; v_d – скорость жидкости в одном из каналов после деления потока, м/с.

Левые части выражений (9) и (10) равны. Приравняем их правые части и после преобразований получаем

$$y = \frac{v_6}{v_{13}} = \sqrt{\frac{\zeta_{5-13(13)}^A + 4,060\,490}{\zeta_{5-6(6)}^A + 1,343\,515}}. \quad (12)$$

$$v_5 S_k = (v_6 + v_{13}) S_k = (y v_{13} + v_{13}) S_k = (y+1) v_{13} S_k.$$

Предположим, что $v_6 = 1,1 v_{13}$, т.е. $y = 1,1$. Тогда $v_{13} / v_5 = S_k / (y+1) S_k = 1,074\,550$. По формуле (11) находим $\zeta_{5-13(13)}^A = 2,366\,058$. $v_5 S_k = (v_6 + v_{13}) S_k = (v_6 + v_6 / y) S_k = (1+1/y) v_6 S_k$ и $v_6 / v_5 = S_k / (1+1/y) S_k = 1,182\,005$. Определяем по уравнению (11): $\zeta_{4-5(5)}^A = 2,215\,750$.

Подставляем найденные значения $\zeta_{5-6(6)}^A$ и $\zeta_{5-13(13)}^A$ в формулу (12) и получаем $y = 1,239\,647$. А мы задавались $y = 1,1$. Делаем следующее приближение – $y = 1,239\,647$, повторяем расчет и имеем $y = 1,315\,938$. После ряда приближений при заданном $y = 1,398\,391$ получаем по расчету $y = 1,398\,391\,2$. Расчет этого отношения можно закончить, так как разница между заданным и рассчитанным значениями y составляет всего $0,000\,000\,2$. Принимаем $y = v_6 / v_{13} = 1,398\,391$. При этом $v_6 / v_5 = 1,316\,047$, $\zeta_{5-6(6)}^A = 2,077\,374$, $v_{13} / v_5 = 0,940\,508$, $\zeta_{5-13(13)}^A = 2,630\,511$, $v_{13} = 0,715108 v_6$.

$v_{cr} = v_{21} S_n / S_{cr}$, $v_5 = v_{21} S_n / S_k$, $v_6 = v_{21} S_n / (1+1/y) S_k$. Коэффициент сопротивления ЛС от сечения 1–1 до сечения 21–21, приведенный к скорости v_{21} в питателе I,

$$\zeta_{1-21(21)} = \left(\zeta_{cr} + \lambda \frac{l_{cr}}{d_{cr}} \right) \left(\frac{S_n}{S_{cr}} \right)^2 + \left(\zeta_{пер} + \lambda \frac{l_{cr-A}}{d_k} \right) \left(\frac{S_n}{S_k} \right)^2 + \left(\zeta_{5-6(6)}^A + \lambda \frac{l_{A-1}}{d_k} + \zeta \right) \left(\frac{S_n}{(1+1/y) S_k} \right)^2 + \zeta_{ис} + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$

Здесь l_{cr-A} – расстояние от стояка до точки А, м; $l_{cr-A} = 0,125$ м. Подставив известные величины, имеем $\zeta_{1-21(21)} = 0,659\,056$, $\mu_{1-21(21)} = 0,776\,371$, $v_{21} = 2,568\,206$ м/с, $Q_{21} = 164,473\,241 \cdot 10^{-6}$ м³/с.

Как видно, замыкание кольца вокруг питателя I уменьшило коэффициент сопротивления $\zeta_{1-21(21)}$ с 0,801 до 0,659, а коэффициент расхода увеличился с 0,745 до 0,776. Появление параллельного коллектора привело к падению скоростей жидкости в каждой из линий, к снижению потерь на трение и в местных сопротивлениях, что и вызвало уменьшение $\zeta_{1-21(21)}$, рост $\mu_{1-21(21)}$, v_{21} и Q_{21} по сравнению со случаем, когда питатель I работал при разрыве кольца жидкости в сечении 13–13.

Рассчитаем совместную работу питателей I и IV при разрыве кольца в сечении 13–13. Составим УБ для сечений 1–1 и 21–21:

$$H = \left(\zeta_{cr} + \lambda \frac{l_{cr}}{d_{cr}} \right) \alpha \frac{v_{cr}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-5(5)}^A + \lambda \frac{l_{cr-1}}{d_k} + 2\zeta \right) \times \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g},$$

и для сечений 1–1 и 24–24:

$$H - H_{B-C} = \left(\zeta_{cr} + \lambda \frac{l_{cr}}{d_{cr}} \right) \alpha \frac{v_{cr}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-14(14)}^A + \lambda \frac{l_{cr-IV}}{d_k} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{14}^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{24}^2}{2g}.$$

Здесь $\zeta_{4-5(5)}^A$ – коэффициент сопротивления на деление потока в стояке в сечении 4–4 между сечениями 5–5 и 14–14, приведенный к скорости металла в сечении 5–5; $\zeta_{4-14(14)}^A$ – коэффициент сопротивления на деление потока в стояке в сечении 4–4 между сечениями 5–5 и 14–14, приведенный к скорости жидкости в сечении 14–14. Эти коэффициенты определяем по выражению (11).

Скорости v_{21} и v_{24} будут разными. Введем следующие обозначения: $x = v_{24} / v_{21}$, $y = v_{21} / v_{24} = 1/x$. Тогда $v_{24} = x v_{21}$, а $v_{21} = v_{24} / x$. Расход жидкости в системе $Q = v_{cr} S_{cr} = (v_{21} + v_{24}) S_n = (v_{21} + x v_{21}) S_n = v_{21} (1+x) S_n = v_{21} S_{np(21)}$, где $S_{np(21)} = (1+x) S_n$ – приведенная к скорости v_{21} площадь питателей (учитывает работу обоих питателей). А $v_{cr} = v_{21} S_{np(21)} / S_{cr}$. Аналогично записываем

$$Q = (v_{21} + v_{24}) S_n = (v_{24} / x + v_{24}) S_n = v_{24} (1/x + 1) S_n = v_{24} S_{np(24)},$$

где $S_{np(24)}$ – приведенная к скорости v_{24} площадь питателей, $S_{np(24)} = (1 + 1/x)S_n$; $v_{cr} = v_{24}S_{np(24)} / S_{cr}$, $v_5 = v_6 = v_7 = v_{21}S_n / S_k$, $v_{14} = v_{15} = v_{16} = v_{17} = v_{24}S_n / S_k$.

Коэффициенты сопротивлений запишутся в следующем виде:

$$\zeta_{1-21(21)} = \left(\zeta_{cr} + \lambda \frac{l_{cr}}{d_{cr}} \right) \left(\frac{S_{np(21)}}{S_{cr}} \right)^2 + \left(\zeta_{4-5(5)}^d + \lambda \frac{l_{cr-1}}{d_k} + 2\zeta \right) \left(\frac{S_n}{S} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n};$$

$$\zeta_{1-24(24)} = \left(\zeta_{cr} + \lambda \frac{l_{cr}}{d_{cr}} \right) \left(\frac{S_{np(24)}}{S_{cr}} \right)^2 + \left(\zeta_{4-14(14)}^d + \lambda \frac{l_{cr-IV}}{d_k} + 2\zeta \right) \left(\frac{S_n}{S_k} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$

Принимаем (произвольно) $x = v_{24/21} = 1$. Тогда $y = v_{21} / v_{24} = v_5 / v_{14} = 1 / x = 1$. При $y = 1$ $\zeta_{4-5(5)}^d = \zeta_{4-14(14)}^d = 2,285\,540$. Производим расчет и получаем $v_{21} = 2,317\,684$ м/с, $v_{24} = 1,809\,171$ м/с, $x = v_{24/21} = 0,780\,595$. Повторяем расчет при $x = 0,780\,595$ и получаем $x = 0,767\,313$. Путем подобных приближений определяем, что при $x = 0,766\,283$ по расчету $x = 0,766\,282\,7$. На этом расчет x можно закончить, так как разница между заданной и расчетной величинами составляет всего 0,000 000 3. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) – в табл. 2. $\mu_{1-21(21)} = 0,706$, $\mu_{1-24(24)} = 0,686$.

Рассчитаем совместную работу питателей I и II при разрыве кольца в сечении 13–13. Составим УБ для сечений 1–1 и 21–21:

$$H = \left(\zeta_{cr} + \lambda \frac{l_{cr}}{d_{cr}} \right) \alpha \frac{v_{cr}^2}{2g} + \left(\zeta_{пер} + \lambda \frac{l_{cr-1}}{d_k} + 2\zeta \right) \times \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{21} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g}, \quad (13)$$

и для сечений 1–1 и 22–22:

$$H = \left(\zeta_{cr} + \lambda \frac{l_{cr}}{d_{cr}} \right) \alpha \frac{v_{cr}^2}{2g} + \left(\zeta_{пер} + \lambda \frac{l_{cr-1}}{d_k} + 2\zeta \right) \times \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_8 + \lambda \frac{l_{II}}{d_k} \right) \alpha \frac{v_8^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} \right) \alpha \frac{v_{22}^2}{2g}, \quad (14)$$

где l_{II} – расстояние между питателями I и II, м; $l_{II} = 0,253$ м; v_8 – скорость металла в сечении 8–8, м/с. В выражениях (13) и (14) ζ_{21} – коэффициент сопротивления на ответвление части потока из коллектора в питатель I с выходным сечением 21–21; ζ_8 – коэффициент сопротивления на проход жидкости из сечения 7–7 в сечение 8–8 при ответвлении части потока из коллектора в питатель I. Коэффициенты сопротивлений, обусловленных отделением потока из коллектора в питатель, будем подсчитывать по формулам для тройников [1, с. 112–115]. Коэффициент сопротивления на проход в коллекторе при ответвлении части потока в питатель

$$\zeta_{np} = 0,4 \left(1 - v_{np} / v_k \right)^2 / \left(v_{np} / v_k \right)^2, \quad (15)$$

а коэффициент сопротивления на ответвление части потока в питатель

$$\zeta_{отв} = \left[1 + \tau \left(v_n / v_k \right)^2 \right] / \left(v_n / v_k \right)^2, \quad (16)$$

где v_k и v_{np} – скорости металла в коллекторе до и после ответвления части потока в питатель, м/с; v_n – скорость жидкости в питателе, м/с; τ – коэффициент. Для нашего случая при $S_n / S_k = 0,317$ $\tau = 0,15$ [8]. Коэффициент ζ_{np} получается приведенным к скорости проходящего потока v_{np} , а $\zeta_{отв}$ – к скорости в питателе v_n . Как видно, коэффициенты ζ_{np} и $\zeta_{отв}$ зависят от отношений скоростей v_{np} / v_k и v_n / v_k , точнее, от v_8 / v_7 и v_{21} / v_7 , которые неизвестны.

Введем следующие обозначения: $x = v_{21} / v_{22}$, $w = v_8 / v_7$. Тогда $v_{21} = xv_{22}$, а $v_{22} = v_{21} / x$. Расход жидкости в системе $Q = v_{cr}S_{cr} = (v_{21} + v_{22})S_n = (v_{21} + v_{21}/x)S_n = v_{21}(1 + 1/x)S_n = v_{21}S_{np(21)}$, где $S_{np(21)}$ – приведенная к скорости v_{21} площадь питателей (учитывает работу обоих питателей), $S_{np(21)} = (1 + 1/x)S_n$. Аналогично записываем $Q = (v_{21} + v_{22})S_n = (xv_{22} + v_{22})S_n = v_{22}(x + 1)S_n = v_{22}S_{np(22)}$, где $S_{np(22)}$ – приведенная к скорости v_{22} площадь питателей, $S_{np(22)} = (1 + x)S_n$, $Q = Q_5 = Q_6 = Q_7$. И $v_{cr} = v_{21}S_{np(21)} / S_{cr} = v_{22}S_{np(22)} / S_{cr}$, $v_5 = v_6 = v_7 = v_{21} \times S_{np(21)} / S_k = v_{22}S_{np(22)} / S_k$. $v_8 = v_{20}S_n / S_k$, $w = v_8 / v_7 = v_{22} / (v_{21} + v_{22}) = v_{22} / (xv_{22} + v_{22}) = 1 / (1 + x)$.

Таблица 2

Характеристики ЛС при работе нескольких питателей

Питатели	v_{21}	v_{22}	v_{23}	v_{24}	v_{25}	v_{26}	v_{27}	Q , см ³ /с	ΔQ , %
I, II*	$\frac{1,925}{1,89}$	$\frac{1,953}{1,92}$						$\frac{248,36}{244,00}$	+1,8
I, II	$\frac{2,102}{2,05}$	$\frac{2,107}{2,08}$						$\frac{269,59}{264,49}$	+1,9
I, III	$\frac{2,091}{2,11}$		$\frac{2,091}{2,09}$					$\frac{267,87}{268,98}$	-0,4
I-III*	$\frac{1,502}{1,47}$	$\frac{1,461}{1,43}$	$\frac{1,483}{1,44}$					$\frac{284,70}{277,94}$	+2,4
I-III	$\frac{1,686}{1,68}$	$\frac{1,738}{1,73}$	$\frac{1,686}{1,66}$					$\frac{327,23}{324,69}$	+0,8
IV, V				$\frac{1,565}{1,54}$	$\frac{1,480}{1,45}$			$\frac{195,04}{191,49}$	+1,9
IV, V, VI				$\frac{1,144}{1,12}$	$\frac{1,082}{1,05}$	$\frac{1,315}{1,28}$		$\frac{226,75}{220,95}$	+2,6
IV-VII				$\frac{0,990}{0,96}$	$\frac{0,937}{0,92}$	$\frac{0,937}{0,91}$	$\frac{0,990}{0,97}$	$\frac{246,81}{240,80}$	+2,5
I, IV*	$\frac{2,335}{2,26}$			$\frac{1,790}{1,75}$				$\frac{264,17}{256,81}$	+2,9
I, IV	$\frac{2,425}{2,47}$			$\frac{1,786}{1,76}$				$\frac{269,70}{270,90}$	-0,4
I, II, IV	$\frac{1,861}{1,88}$	$\frac{1,865}{1,87}$		$\frac{1,725}{1,70}$				$\frac{349,05}{349,03}$	+0,01
I-IV	$\frac{1,414}{1,47}$	$\frac{1,457}{1,52}$	$\frac{1,414}{1,42}$	$\frac{1,735}{1,65}$				$\frac{385,53}{388,09}$	-0,7
I, IV, V	$\frac{2,393}{2,42}$			$\frac{1,372}{1,40}$	$\frac{1,297}{1,34}$			$\frac{324,16}{330,46}$	-1,9
I, IV-VII	$\frac{2,353}{2,27}$			$\frac{0,917}{0,86}$	$\frac{0,867}{0,83}$	$\frac{0,867}{0,82}$	$\frac{0,917}{0,88}$	$\frac{379,28}{362,48}$	+4,6
I, III, IV, VII	$\frac{1,824}{1,92}$		$\frac{1,824}{1,90}$	$\frac{1,281}{1,26}$			$\frac{1,281}{1,24}$	$\frac{397,65}{404,75}$	-1,8
I, II, IV, V, VII	$\frac{1,818}{1,91}$	$\frac{1,822}{1,88}$		$\frac{0,933}{0,91}$	$\frac{0,883}{0,86}$		$\frac{1,067}{1,02}$	$\frac{417,77}{421,40}$	-0,9
I-VII	$\frac{1,389}{1,46}$	$\frac{1,432}{1,49}$	$\frac{1,389}{1,44}$	$\frac{0,755}{0,77}$	$\frac{0,745}{0,72}$	$\frac{0,745}{0,71}$	$\frac{0,755}{0,75}$	$\frac{461,78}{470,07}$	-1,8

Примечание. *Гидравлическая система разомкнута в сечении 13-13.

Принимаем для начала расчета $x = v_{21/22} = 1$.
 При этом $w = 0,5$, $\zeta_8 = 0,4$, $\zeta_{21} = 0,552788$, $v_{21} = 1,932818$ м/с, $\zeta_{1-22(22)} = 1,887418$,
 $\mu_{1-22(22)} = 0,588498$, $v_{22} = 1,946730$ м/с,
 (см. формулы (15) и (16)). Результаты расчетов:
 $\zeta_{1-21(21)} = 1,929131$, $\mu_{1-21(21)} = 0,584293$,
 $x = v_{21} / v_{22} = 0,992854$. Задаемся $x = 0,992854$,

повторяем расчет и получаем $x = 0,989\ 304$. Путем подобных приближений определяем, что при $x = 0,985\ 771$ по расчету $x = 0,985\ 770\ 9$, при этом $w = v_8 / v_7 = 0,503\ 583$. На этом расчет x можно закончить, так как разница между заданной и получившейся в результате расчета величиной составляет 10^{-7} . Результаты – см. в табл. 2.

Для расчета работы питателей I и II при отсутствии разрыва кольца в сечении 13–13 составим УБ для сечений 1–1 и 21–21:

$$H = \left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_{\text{ст}}} \right) \alpha \frac{v_{\text{ст}}^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{пер}} + \lambda \frac{l_{\text{ст-А}}}{d_{\text{к}}} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{5-6(6)}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{\text{А-1}}}{d_{\text{к}}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \left(\zeta_{21} + \lambda \frac{l_{\text{н}}}{d_{\text{н}}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g}, \quad (17)$$

для сечений 1–1 и 22–22:

$$H = \left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_{\text{ст}}} \right) \alpha \frac{v_{\text{ст}}^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{пер}} + \lambda \frac{l_{\text{ст-А}}}{d_{\text{к}}} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{5-6(6)}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{\text{А-1}}}{d_{\text{к}}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \left(\zeta_8 + \lambda \frac{l_{\text{н}}}{d} + \zeta \right) \alpha \frac{v_8^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{н}} + \lambda \frac{l_{\text{н}}}{d_{\text{н}}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{22}^2}{2g}, \quad (18)$$

и для сечений 1–1 и 22–22 (по пути через сечения 13–13, 11–11 и 10–10)

$$H = \left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_{\text{ст}}} \right) \alpha \frac{v_{\text{ст}}^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{пер}} + \lambda \frac{l_{\text{ст-А}}}{d_{\text{к}}} \right) \times \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{5-13(13)}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{\text{А-II}}}{d_{\text{к}}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{13}^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{н}} + \lambda \frac{l_{\text{н}}}{d_{\text{н}}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{22}^2}{2g}. \quad (19)$$

Введем следующие обозначения: $x = v_{21} / v_{22}$, $y = v_6 / v_{13}$, $w = v_8 / v_7$. Приведенные площади питателей уже были определены: $S_{\text{np}(21)} = (1 + 1/x) S_{\text{н}}$, $S_{\text{np}(22)} = (1 + x) S_{\text{н}}$, $v_{\text{ст}} = v_{21} S_{\text{np}(21)} / S_{\text{ст}} = v_{22} S_{\text{np}(22)} / S_{\text{ст}}$, $v_5 = v_{21} S_{\text{np}(21)} / S_{\text{к}} = v_{22} S_{\text{np}(22)} / S_{\text{к}} \cdot v_6 = v_5 / (1 + 1/y) = v_{21} S_{\text{np}(21)} / S_{\text{к}} / (1 + 1/y) = v_{22} S_{\text{np}(22)} / S_{\text{к}} / (1 + 1/y)$, $v_{13} = v_5 / (1 + y) = v_{22} S_{\text{np}(22)} / S_{\text{к}} / (1 + y)$, $v_8 = w v_7 = w v_6 = w v_{22} S_{\text{np}(22)} / S_{\text{к}} / (1 + 1/y)$.

Подставив найденные значения скоростей в формулы (17)–(19) при $x = 1$, $y = 1$ и $w = 0,5$, имеем $\zeta_{1-21(21)} = 1,720\ 634$, $\mu_{1-21(21)} = 0,606\ 268$, $v_{21} = 2,005\ 513$ м/с, $\zeta_{1-22(22)} = 1,430\ 114$, $\mu_{1-22(22)} = 0,641\ 485$, $v_{22} = 2,122\ 009$ м/с, $x = v_{21} / v_{22} = 0,945\ 101$, $\zeta_{1-22(22)}^{(13-10)} = 1,522\ 641$, $\mu_{1-22(22)}^{(13-10)} = 0,629\ 611$, $v_{22}^{(13-10)} = 2,082\ 729$ м/с.

В кольцевой гидравлической системе потери напора $h_{\text{А-II}}$ от точки А питателя II по пути через сечения 6–6, 7–7, 8–8 и 9–9 должны быть равны потерям напора $h_{\text{А-II}(13-10)}$ от точки А до питателя II по пути через сечения 13–13, 12–12, 11–11 и 10–10. Эти потери напора можно найти по следующим формулам:

$$h_{\text{А-II}} = \left(\zeta_{5-6(6)}^{\text{д}} + \zeta + \lambda \frac{l_{\text{ст-1}}}{d_{\text{к}}} \right) \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \left(\zeta_8 + \lambda \frac{l_{\text{н}}}{d_{\text{к}}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_8^2}{2g},$$

$$h_{\text{А-II}(13-10)} = \left(\zeta_{5-13(13)}^{\text{д}} + 2\zeta + \lambda \frac{l_{\text{А-II}}}{d_{\text{к}}} \right) \alpha \frac{v_{13}^2}{2g}.$$

Все величины в этих соотношениях известны. Находим, что $h_{\text{А-II}} = 0,161\ 452$ м, $h_{\text{А-II}(13-10)} = 0,193\ 483$ м, разность между ними $h_{\text{II}} = -0,032\ 032$ м.

Потери $h_{\text{А-II}}$ меньше, чем $h_{\text{А-II}(13-10)}$, нужно увеличить скорости жидкости по пути через сечения 6–6, 7–7, 8–8 и 9–9. Принимаем $y = v_6 / v_{13} = 1,1$, а x и w оставляем прежними. Повторяем расчет и получаем $h_{\text{II}} = -0,016\ 118$ м. Изменяя x , y и w , получаем, что при $x = 0,997\ 767$, $y = 1,146\ 080$ и $w = 0,064\ 777$, $h_{\text{II}} = -5,5 \cdot 10^{-7}$ м. По-видимому, разность h_{II} можно привести к любой наперед заданной бесконечно малой величине. Понятно, что разность напоров в $5,5 \cdot 10^{-7}$ м бессмысленна. Нужно было убедиться в работоспособности предлагаемой методики расчета ЛС. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) – см. в табл. 2. $\mu_{1-21(21)} = 0,635\ 562$, $\mu_{1-22(22)} = 0,636\ 984$, $\mu_{1-22(22)}^{(13-10)} = 0,636\ 984$.

Отношение $w = v_8 / v_7 = 0,064\ 777$ имеет небольшую величину, что вызывает сомнения в правильности определения направления движения жидкости в сечении 8–8. Был проведен такой опыт: в сечение 8–8 подводилась подкрашенная марганцовкой жидкость, и эта подкрашенная жидкость выливалась из питателя II, а не из питателя I, т.е. направление движения жидкости в сечении 8–8 выбрано правильно.

Рассмотрим работу ЛС из питателей I, II и III. В этой системе $v_6 = v_{13}$, $y = 1$, $v_{21} = v_{23}$, $x = v_{21} / v_{22}$. Расход в системе $Q = v_{ct} S_{ct} = v_5 S_k = (2v_{21} + v_{22}) S_n$. Приведенные площади питателей: $S_{np(21)} = S_{np(23)} = (2+1/x) S_n$, $S_{np(22)} = (2x+1) S_n$. $v_6 = v_5 / 2 = v_{21} S_{np(21)} / S_n$, $v_8 = 0,5 v_{22} S_n / S_k$; $w = v_8 / v_7 = 0,5 v_{22} / (v_{21} + 0,5 v_{22}) = 0,5 v_{22} / (x v_{22} + 0,5 v_{22}) = 0,5 / (x + 0,5)$.

Как видно, после преобразований у нас всего одно неизвестное – x , в отличие от системы из питателей I и II, где было три неизвестных – x , y и w . Результаты расчетов и экспериментов – см. в табл. 2. А $x = v_{21} / v_{22} = 0,970\ 067$, $w = v_8 / v_7 = 0,340\ 120$, $\mu_{1-21(21)} = \mu_{1-23(23)} = 0,509\ 646$, $\mu_{1-22(22)} = 0,525\ 372$.

Рассчитаем еще ЛС, состоящую из питателей I, II, IV, V и VII. УБ для сечений 1–1 и 21–21 питателя I, для сечений 1–1 и 22–22 питателя II, для сечений 1–1 и 22–22 питателя II (по пути через сечения 13–13, 12–12, 11–11 и 10–10) уже записаны – это выражения (17)–(19). Только в них надо заменить коэффициент сопротивления $\zeta_{пер}$ на коэффициент на деление потока $\zeta_{4-5(5)}^d$. УБ для сечений 1–1 и 24–24 питателя IV

$$\begin{aligned}
 H - H_{B-C} &= \left(\zeta_{ct} + \lambda \frac{l_{ct}}{d_{ct}} \right) \alpha \frac{v_{ct}^2}{2g} + \\
 &+ \left(\zeta_{4-14(14)}^d + \lambda \frac{l_{ct-C}}{d_k} + \zeta \right) \times \\
 &\times \alpha \frac{v_{14}^2}{2g} + \left(\zeta_{16-17(17)}^d + \lambda \frac{l_{C-V}}{d_k} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \\
 &+ \left(\zeta_{18} + \lambda \frac{l_{IV-V}}{d} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{24}^2}{2g}.
 \end{aligned} \tag{20}$$

УБ для сечений 1–1 и 25–25 питателя V

$$\begin{aligned}
 H - H_{B-C} &= \left(\zeta_{ct} + \lambda \frac{l_{ct}}{d_{ct}} \right) \alpha \frac{v_{ct}^2}{2g} + \\
 &= \left(\zeta_{4-14(14)}^d + \lambda \frac{l_{ct-C}}{d_k} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{14}^2}{2g} + \\
 &+ \left(\zeta_{16-17(17)}^d + \lambda \frac{l_{C-V}}{d_k} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \\
 &+ \left(\zeta_{25} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{25}^2}{2g}.
 \end{aligned} \tag{21}$$

УБ для сечений 1–1 и 27–27 питателя VII

$$\begin{aligned}
 H - H_{B-C} &= \left(\zeta_{ct} + \lambda \frac{l_{ct}}{d_{ct}} \right) \alpha \frac{v_{ct}^2}{2g} + \\
 &+ \left(\zeta_{4-14(14)}^d + \lambda \frac{l_{ct-C}}{d_k} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{14}^2}{2g} + \\
 &+ \left(\zeta_{16-19(19)}^d + \lambda \frac{l_{C-VII}}{d_k} \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g} + \\
 &+ \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{27}^2}{2g}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

Здесь l_{ct-C} – расстояние от стояка до точки C, м; $l_{ct-C} = 0,357$ м; l_{C-V} – расстояние от точки C до питателя V, м; $l_{C-V} = 0,116$ м; l_{IV-V} – расстояние между питателями IV и V, м; $l_{IV-V} = 0,119$ м; l_{C-VII} – расстояние от точки C до питателя VII, м; $l_{C-VII} = 0,235$ м; v_{17} , v_{18} и v_{19} – скорости жидкости в сечениях 17–17, 18–18 и 19–19, м/с; $\zeta_{16-17(17)}^d$ – коэффициент сопротивления на деление потока в сечении 16–16 между сечениями 17–17 и 19–19, приведенный к скорости металла в сечении 17–17; $\zeta_{16-19(19)}^d$ – коэффициент сопротивления на деление потока в сечении 16–16 между сечениями 17–17 и 19–19, приведенный к скорости жидкости в сечении 19–19. Коэффициенты $\zeta_{16-17(17)}^d$ и $\zeta_{16-19(19)}^d$ определяем по выражению (11). Сечение 17–17 находится между точкой C и питателем V, 19–19 – между точкой C и питателем VI.

Введем следующие обозначения: $x_1 = v_{21} / v_{22}$, $x_2 = v_{24} / v_{22}$, $x_3 = v_{25} / v_{22}$, $x_4 = v_{27} / v_{22}$, $y = v_6 / v_{13}$, $y_1 = (v_{24} + v_{25}) / v_{27}$, $w = v_8 / v_7$, $w_1 = v_{17} / v_{19}$. Расход жидкости в системе $Q = v_{ct} S_{ct} = (v_{21} + v_{22} + v_{24} + v_{25} + v_{27}) S_n$.

Приведенные площади питателей будут следующими: $S_{np(21)} = S_n (x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4) / x_1$, $S_{np(22)} = S_n (x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4)$, $S_{np(24)} = S_n (x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4) / x_2$, $S_{np(25)} = S_n (x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4) / x_3$, $S_{np(27)} = S_n (x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4) / x_4$. Формулы для y , w , v_6 , v_8 , v_{13} уже выведены (см. расчет ЛС из питателей I и II).

$$\begin{aligned}
 z &= v_5 / v_{14} = (v_{21} + v_{22}) / (v_{24} + v_{25} + v_{27}) = \\
 &= (x_1 v_{22} + v_{22}) / (x_2 v_{22} + x_3 v_{22} + x_4 v_{22}) = \\
 &= (x_1 + 1) / (x_2 + x_3 + x_4).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_1 &= (v_{24} + v_{25}) / v_{27} = \\
 &= (x_2 v_{22} + x_3 v_{22}) / x_4 v_{22} = \\
 &= (x_2 + x_3) / x_4.
 \end{aligned}$$

Скорость v_{14} через скорости v_{24} , v_{25} и v_{27} записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} v_{14} &= (v_{24} + v_{25} + v_{27})S_n / S_k = \\ &= (v_{24} + x_3 / x_2 v_{24} + x_4 / x_2 v_{24})S_n / S_k = \\ &= (x_2 + x_3 + x_4) / x_2 v_{24} S_n / S_k, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{14} &= (v_{24} + v_{25} + v_{27})S_n / S_k = \\ &= (x_2 / x_3 v_{25} + v_{25} + x_4 / x_3 v_{25})S_n / S_k = \\ &= (x_2 + x_3 + x_4) / x_3 v_{25} S_n / S_k, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{14} &= (v_{24} + v_{25} + v_{27})S_n / S_k = \\ &= (x_2 / x_4 v_{27} + x_3 / x_4 v_{27} + v_{27})S_n / S_k = \\ &= (x_2 + x_3 + x_4) / x_4 v_{27} S_n / S_k. \end{aligned}$$

Скорость v_{17} через скорости v_{24} и v_{25} будет следующей:

$$\begin{aligned} v_{17} &= (v_{24} + v_{25})S_n / S_k = (v_{24} + x_3 / x_2 v_{24})S_n / S_k = \\ &= (1 + x_3 / x_2) v_{24} S_n / S_k, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{17} &= (v_{24} + v_{25})S_n / S_k = (x_2 / x_3 v_{25} + v_{25})S_n / S_k = \\ &= (x_2 / x_3 + 1) v_{25} S_n / S_k. \end{aligned}$$

Скорости v_{18} и v_{19} найдем по следующим формулам: $v_{18} = v_{24} S_n / S_k$, $v_{19} = v_{27} S_n / S_k$.

Также имеем следующие отношения скоростей:

$$\begin{aligned} v_{17} / v_{16} &= (v_{24} + v_{25}) / (v_{24} + v_{25} + v_{27}) = \\ &= (v_{24} + x_3 v_{24} / x_2) / (v_{24} + x_3 v_{24} / x_2 + x_4 v_{24} / x_2) = \\ &= (1 + x_3 / x_2) / (1 + x_3 / x_2 + x_4 / x_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{19} / v_{16} &= v_{27} / (v_{24} + v_{25} + v_{27}) = \\ &= v_{27} / (x_2 v_{27} / x_4 + x_3 v_{27} / x_4 + v_{27}) = \\ &= 1 / (x_2 / x_4 + x_3 / x_4 + 1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{18} / v_{17} &= v_{24} / (v_{24} + v_{25}) = \\ &= v_{24} / (v_{24} + x_3 v_{24} / x_2) = 1 / (1 + x_3 / x_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{25} / v_{17} &= v_{25} / (v_{24} + v_{25}) = \\ &= v_{25} / (v_{25} + x_2 v_{25} / x_3) = 1 / (1 + x_3 / x_2). \end{aligned}$$

Все соотношения скоростей в формулах (17)–(22) известны. Задаемся для начала расчета $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$, $y = y_1 = 1$, $w = w_1 = 0,5$. Проводим расчет и убеждаемся, что в системе из питателей I, II, IV, V и VII отношения скоростей $x_1 = v_{21} / v_{22} = 0,997\,780$, $y = v_6 / v_{13} = 1,145\,901$, $w = v_8 / v_7 = 0,064\,677$ такие же, как в системе из питателей I и II, а отношение $y_1 = (v_{24} + v_{25}) / v_{27} = 1,702\,839$ – как для системы из питателей IV, V и VII. Иными словами, эти величины остаются постоянными при присоединении ещё одной литниковой системы.

И их рассчитывать заново не нужно. Однако абсолютные значения скоростей, конечно, изменяются (уменьшаются). Следует только методом последовательных приближений определить отношение $z = v_5 / v_{14}$. Так, например, скорость $v_{22} = 2,107$ м/с для системы из питателей I и II, а в системе из питателей I, II, IV, V, VI она равна 1,822 м/с. Результаты расчетов и экспериментов – см. в табл. 2.

В системе из питателей I–VII коэффициенты расхода следующие: $\mu_{1-21(21)} = \mu_{1-23(23)} = 0,420$, $\mu_{1-22(22)} = 0,433$, $\mu_{1-24(24)} = \mu_{1-27(27)} = 0,290$, $\mu_{1-25(25)} = \mu_{1-26(26)} = 0,286$.

Результаты исследования и их обсуждение

При работе одного питателя расчетные значения скоростей (и расходов) выше опытных на 1,1–2,8 %. Для систем из двух питателей разница между теоретическими и экспериментальными значениями скоростей изменяется от –0,9 до 2,5 %, между расходами – от –0,4 до +2,9 %. Если работают три и более питателей, то разность между расчетными и опытными значениями скоростей изменяется от –1,8 до +6,6 %, расходов – от –1,9 до 4,6 %. Отличия небольшие, и какие-то выводы о влиянии количества работающих питателей и их расположения по высоте в литниковой системе делать сложно. В целом можно считать, что получено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных.

Как видно, в ЛС столько же коэффициентов расхода, сколько в ней питателей. Причем они могут быть все одинаковыми, разными, попарно одинаковыми и т.п.

Заметим, что питатели «знают» друг о друге, так как включение или выключение хотя бы одного питателя приводит к перестройке работы всей гидравлической системы. Причем экспериментально процесс истечения жидкости устанавливается очень быстро, за 5–10 с, даже при резком «перекосе» в системе, когда работают, например, только питатели I, II и IV.

В расчетах учитываются, кроме двух обычных гидравлических потерь – на трение по длине и в местных сопротивлениях, потери на изменение напора (на деление потока и ответвление части потока), подсчитываемые по соотношениям (11), (15) и (16). Суммирование потерь на изменение напора с потерями на трение по длине и в местных сопротивлениях теоретически не обосновано. Однако пока не получено экспериментальных данных, противоречащих данному допущению.

При присоединении одной ЛС к другой в каждой из систем сохраняются найденные отношения

скоростей. И их рассчитывать заново не нужно. Следует только методом последовательных приближений определить отношение $z = v_5 / v_{14}$, показывающее отношение скоростей при делении потока на выходе из стояка. Однако абсолютные значения скоростей в питателях изменяются (уменьшаются).

Так о чем же идет речь? Например, в случае работы всех семи питателей записываем для каждого из них УБ для сечений $I-I$ и $Z-Z$. Или можно записать УБ для сечения $I-I$ и любого сечения ЛС, или двух любых сечений, хотя расходы жидкости в этих сечениях могут отличаться во много раз. Иными словами, мы *используем уравнение Бернулли для сечений потока с разными расходами* и, как это ни удивительно, эксперименты подтверждают данное, казалось бы, абсурдное допущение. И за счет этого стал возможным расчет ЛС. Безо всяких дополнительных принципов. Только очевидное:

$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$, где Q_i – расход жидкости в i -том питателе. В любом сечении гидравлической системы действует H в виде суммы скоростного и пьезометрического напоров и потерь напора – с учетом разности расстояний по высоте между сравниваемыми сечениями.

Уравнение Бернулли выведено для элементарной струйки идеальной («сухой») жидкости при установившемся движении строго теоретически, без привлечения экспериментальных данных [2, с. 95–97]: $h + p / \gamma + v^2 / 2g = \text{const}$ (вдоль струйки), где h – превышение сечения над плоскостью сравнения. Однако для потока реальной (вязкой) жидкости при установившемся движении приходится вводить потери напора на трение и в местных сопротивлениях и коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока α [2, с. 108–111]. Причем для определения потерь на трение находят экспериментально коэффициент потерь λ , а для потерь в местных сопротивлениях – коэффициенты местных сопротивлений ζ . Коэффициенты λ и ζ зависят от скорости движения потока, шероховатости поверхности трубы и др. Иными словами, уравнение Бернулли становится расчетно-экспериментальным. И расширение поля его работы на потоки с переменным расходом жидкости с использованием экспериментальных формул (11), (15) и (16) не должно вызывать возражений.

Возникает вопрос о соответствии экспериментальных результатов на воде и жидких металлах. На это можно ответить так. В 1946 г. Е.З. Рабинович доказал [9, 10], что «движение жидкого металла в области турбулентного режима не отличается ка-

кими-либо особенностями по сравнению с обычными случаями движения «нормальных жидкостей»; гидравлические сопротивления при рассматриваемом движении жидкого подчиняются обычным законам гидравлики». В статье [11], опубликованной в 1958 г., Е.З. Рабинович приходит к следующему выводу: «В настоящее время можно считать вполне установленным, что при турбулентном режиме коэффициенты местных сопротивлений зависят только от вида и конструктивных особенностей самих сопротивлений; влияние же вязкости начинает проявляться только в области ламинарного режима, где эти коэффициенты являются функцией также и от числа Рейнольдса. Таким образом, для учета местных потерь напора при расчете литниковых систем вполне возможно исходить из обычно рекомендуемых для этой цели коэффициентов сопротивлений. Механизм движения расплавленного металла существенным образом изменяется, если начальная температура заливки недостаточна».

Опыты, проведенные для исследования литниковых каналов, подтверждают применимость законов гидравлики к жидким алюминиевым и титановым сплавам и чугуну [12–14]. В обзоре работ по гидродинамике расплавленных металлов [15, с. 340–341], в том числе работ по литейной гидравлике, сформулировано: «Во всей области турбулентного режима расплавленные металлы ведут себя подобно обычным, ньютоновым жидкостям. Резкое изменение величины коэффициента расхода наблюдается лишь при температурах, близких к температуре затвердевания, т.е. в той области, где расплав представляет собой неньютонову жидкость». В книге [16, с. 57] сказано: «Неоднократно проводившаяся градуировка измерительных шайб на воде, ртути, олове и других расплавленных металлах также подтверждает отсутствие различия в коэффициентах местных сопротивлений при течи воды и расплавленного металла».

В работах [17, 18] теоретически и экспериментально исследовалась гидродинамика заполнения литейной формы алюминиевым сплавом АК12. В статьях [19–21] изучалось заполнение сплавом АК12 литниковой системы с такими же размерами, как и при исследовании системы заливкой водой. И пока не выявлено противоречий при использовании воды вместо жидких металлов при экспериментальных исследованиях литниковых систем.

А уравнение Бернулли, выведенное для частного случая – для системы с одним питателем, работает и в самой сложной – многопитательной, состоящей из кольцевой и разветвленной систем, расположенных на разных уровнях. И эта система поддается расчету. Хотя УБ выведено теоретически

для ЛС с одним питателем. Почему это происходит – непонятно.

С учетом ранее исследованных ЛС, перечисленных во введении, можно считать доказанной возможность использования уравнения Бернулли к сечениям потока с разными расходами, т.е. для расчетов многопитательных литниковых систем. Хотя теоретически это не обосновано.

Заключение

Таким образом, впервые теоретически и экспериментально исследована самая сложная многопитательная литниковая система, состоящая из кольцевой и разветвленной систем, находящихся на разных уровнях. Разработана методика расчета скоростей и расходов жидкости в каждом питателе и во всей системе. При расчёте такой гидравлической системы с изменяющимся расходом жидкости использовали уравнение Бернулли, хотя оно выведено теоретически и проверено практически для потока жидкости с постоянным расходом, т.е. для ЛС с одним питателем. Расчет ведется методом последовательных приближений. Получено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных.

Список литературы

1. Меерович И.Г., Мучник Г.Ф. Гидродинамика коллекторных систем. – М.: Наука, 1986. – 144 с.
2. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – М.: Бастет, 2008. – 672 с.
3. Токарев Ж.В. К вопросу о гидравлическом сопротивлении отдельных элементов незамкнутых литниковых систем // Улучшение технологии изготовления отливок. – Свердловск: Изд-во УПИ, 1966. – С. 32–40.
4. Calculation of amount of flow in gating systems for some automotive castings / K. Jonekura [et al.] // J. of the Japan Foundrymen's Soc. – 1988. – Vol. 60, no 8. – P. 326–331.
5. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
6. Исследование местных сопротивлений литниковой системы / В.И. Васенин, Д.В. Васенин, А.В. Богомяков, К.В. Шаров // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2012. – Т. 14, № 2. – С. 46–53.
7. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Definition of the resistance to liquid flow during confluence and rotation of the streams // Aust. J. of Techn. and Natural Sci. – 2018. – No 5–6. – P. 11–15.
8. Васенин В.И., Богомяков А.В., Шаров К.В. Исследования L-образных литниковых систем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2012. – Т. 14, № 4. – С. 108–122.
9. Рабинович Е.З. О гидравлических сопротивлениях при движении жидких металлов // Известия

АН СССР. Отделение технических наук. – 1946. – № 7. – С. 943–948.

10. Рабинович Е.З. Экспериментальное исследование движения расплавленного металла в открытом канале // Доклады АН СССР. – 1946. – Т. 4, № 3. – С. 152–157.

11. Рабинович Е.З. Некоторые вопросы гидравлики расплавленных металлов // Гидродинамика расплавленных металлов. – М.: Изд-во АН СССР, 1958. – С. 85–89.

12. Кальман А. Исследование явлений, протекающих в каналах литниковой системы чугуновых отливок, с точки зрения равномерного заполнения формы // 28-й Междунар. конгресс литейщиков, г. Москва, 19–24 июня 1961 г. – М.: Машгиз, 1964. – С. 319–337.

13. Токарев Ж.В. Расчет литниковых систем с равномерным распределением металла по питателям // Новое в теории и практике литейного производства. – Пермь, 1966. – С. 28–35.

14. Некоторые вопросы литья титана под электромагнитным давлением / С.П. Серебряков, В.И. Васенин, Ю.Г. Ковалев, Г.П. Гладышев // Применение магнитной гидродинамики в металлургии. – Свердловск: Изд-во УНЦ АН СССР, 1977. – С. 87–92.

15. Брановер Г.Г., Цинобер А.В. Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. – М.: Наука, 1970. – 384 с.

16. Жидкометаллические теплоносители / Е.М. Боршанский, С.С. Кутателадзе, И.И. Новиков, О.С. Федынский. – М.: Атомиздат, 1976. – 328 с.

17. Васенин В.И., Ковалев Ю.Г. Экспериментальное исследование кондукционного МГД-насоса постоянного тока // Магнитная гидродинамика. – 1984. – № 3. – С. 142–143.

18. Васенин В.И. Исследование заполнения литейных форм с разными гидравлическими сопротивлениями расплавленным алюминием под давлением кондукционного МГД-насоса // Магнитная гидродинамика. – 1986. – № 2. – С. 142–144.

19. Васенин В.И., Богомяков А.В., Шаров К.В. Определение величины напора в потоке жидкого металла в коллекторе литниковой системы // Литейное производство. – 2015. – № 8. – С. 16–17.

20. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of the mould filling with metal through the ringshaped gating system // 8th Int. Sci. and Practical Conf. "Science and Society". – London: Scieuro, 2016. – P. 20–25.

21. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of the mould filling with metal through the step gating system // Austrian J. of Techn. and Natural Sci. – 2016. – No 3–4. – P. 32–34.

References

1. Meerovich I.G., Muchnik G.F. Gidrodinamika kolektornykh system [Hydrodynamics of collecting systems]. Moscow: Nauka, 1986, 144 p.
2. Chugaev R.R. Gidravlika [Hydraulics]. Moscow: Bastet, 2008, 672 p.
3. Tokarev Zh.V. K voprosu o gidravlicheskom soprotivlenii otdel'nykh elementov nezamknytykh litnikovykh sistem [On the hydraulic resistance of the individual elements of non-closed gating systems]. Uluchshenie tekhnologii

izgotovleniia otlivok. Sverdlovsk: Izdatelstvo UPI, 1966, pp. 32–40.

4. Jonekura K. et al. Calculation of amount of flow in gating systems for some automotive. *Journal of the Japan Foundrymen's Soc.*, 1988, vol. 60, no 8, pp. 326–331.

5. Idel'chik I.E. Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniiam [Handbook of hydraulic resistances]. Moscow: Mashinostroenie, 1992, 672 p.

6. Vasenin V.I., Vasenin D.V., Bogomiagkov A.V., Sharov K.V. Issledovanie mestnykh soprotivlenii litnikovoi sistemy [Research of the local resistances in the gating system]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2012, vol. 14, no. 2, pp. 46–53.

7. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Definition of the resistance to liquid flow during confluence and rotation of the streams. *Australian Journal of Science and Technology*, 2018, no 5–6, pp. 11–15.

8. Vasenin V.I., Bogomiagkov A.V., Sharov K.V. Issledovaniia L-obraznykh litnikovyykh sistem [Examination of L-shaped gating systems]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2012, vol. 14, no. 4, pp. 108–122.

9. Rabinovich E.Z. O gidravlicheskiykh soprotivleniiakh pri dvizhenii zhidkikh metallov [On hydraulic resistances in the process of the liquid metals movement]. *Izvestiia AN SSSR. Otdelenie tekhnicheskikh nauk*, 1946, no. 7, pp. 943–948.

10. Rabinovich E.Z. Eksperimental'noe issledovanie dvizheniia rasplavennogo metalla v otkrytom kanale [Experimental testing of liquid metal movement in the open channel]. *Doklady AN SSSR*, 1946, vol. 4, no. 3, pp. 152–157.

11. Rabinovich E.Z. Nekotorye voprosy gidravliki rasplavennykh metallov [Some problems of liquid metals hydraulics]. *Gidrodinamika rasplavennykh metallov*, Moscow: Izdatelstvo AN SSSR, 1958, pp. 85–89.

12. Kal'man A. Issledovanie iavlenii, protekaiushchikh v kanalakh litnikovoi sistemy chugunnykh otlivok, s tochki zreniia ravnomernogo zapolneniia formy [Study of iron castings ingate processes with regard to controlled die filling]. *28-i Mezhdunarodnyi kongress liteishchikov, g. Moskva, 19–24 iyunia 1961 g.* Moscow: Mashgiz, 1964, pp. 319–337.

13. Tokarev Zh.V. Raschet litnikovyykh sistem s ravnomernym raspredeleniem metalla po pitateliam [Analysis of gating systems with controlled distribution of metal over the feeders]. *Novoe v teorii i praktike liteinogo proizvodstva*. Perm', 1966, pp. 28–35.

14. Nekotorye voprosy lit'ia titana pod elektromagnitnym davleniem. Serebriakov S.P., Vasenin V.I., Kovalev Iu.G., Gladyshev G.P. Primenenie magnitnoi gidrodinamiki v metallurgii [Application of magnetic hydrodynamics in metal industry]. Sverdlovsk: Izdatelstvo UNTs AN SSSR, 1977, pp. 87–92.

15. Branover G.G., Tsinober A.V. Magnitnaia gidrodinamika neshimaemykh sred [Magnetic hydrodynamics of incoercible media]. Moscow: Nauka, 1970, 384 p.

16. Borishanskii E.M., Kutateladze S.S., Novikov I.I., Fedynskii O.S. Zhidkometallicheskie teplonositeli [Liquid-metal coolants]. Moscow: Atomizdat, 1976, 328 p.

17. Vasenin V.I., Kovalev Iu.G. Eksperimental'noe issledovanie konduksionnogo MGD-nasosa postoiannogo toka

[Experimental study of conductive DC MHD pump]. *Magnitnaia gidrodinamika*, 1984, no. 3, pp. 142–143.

18. Vasenin V.I. Issledovanie zapolneniia liteinykh form s raznymi gidravlicheskiy soprotivleniiami rasplavlenym aliuminiem pod davleniem konduksionnogo MGD-nasosa [Research of the different hydraulic resistance mould filling with molten aluminium under the pressure of conductive MHD pump]. *Magnitnaia gidrodinamika*, 1986, no. 2, pp. 142–144.

19. Vasenin V.I., Bogomiagkov A.V., Sharov K.V. Opredelenie velichiny napora v potoke zhidkogo metalla v kollektore litnikovoi sistemy [Measurement of head in flow liquid metal in the collector of the gating system]. *Liteinoe proizvodstvo*, 2015, no. 8, pp. 16–17.

20. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of the mould filling with metal through the ringshaped gating system. *8th International Science and Practical Conf. "Science and Society"*. London: Scieuro, 2016, pp. 20–25.

21. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of the mould filling with metal through the step gating system. *Austrian Journal of Technical and Natural Science*, 2016, no. 3–4, pp. 32–34.

Получено 03.09.2020

Опубликовано 12.10.1010

Сведения об авторах

Васенин Валерий Иванович (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, инженер кафедры инновационных технологий машиностроения Пермского национального исследовательского политехнического университета, e-mail: vaseninvaleriy@mail.ru.

Богомягков Алексей Васильевич (Пермь, Россия) – старший преподаватель кафедры инновационных технологий машиностроения Пермского национального исследовательского политехнического университета, e-mail: bogomyagkovav@yandex.ru.

Шаров Константин Владимирович (Пермь, Россия) – старший преподаватель кафедры инновационных технологий машиностроения Пермского национального исследовательского политехнического университета, e-mail: ksharov@yandex.ru.

About the authors

Valerii I. Vasenin (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Innovation Technologies of Engineering, Perm National Research Polytechnic University, e-mail: vaseninvaleriy@mail.ru.

Aleksei V. Bogomiagkov (Perm, Russian Federation) – Senior Lecturer, Department of Innovation Technologies of Engineering, Perm National Research Polytechnic University, e-mail: bogomyagkovav@yandex.ru.

Konstantin V. Sharov (Perm, Russian Federation) – Senior Lecturer, Department of Innovation Technologies of Engineering, Perm National Research Polytechnic University, e-mail: ksharov@yandex.ru.