

DOI: 10/15593/2224-9877/2017.2.02

УДК 621.91.01

К.Ю. Кравченко, С.С. Кугаевский, М.П. Журавлев, Д.М. ЭлькиндУральский федеральный университет
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия**ОПЕРАЦИОННЫЙ МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ**

Для решения задач обеспечения устойчивости движения технологической системы необходимо точно определить такие динамические характеристики, как жесткость, степень диссипации, моды колебаний. Существует несколько возможных путей решения вопроса об идентификации динамических параметров, в частности экспериментальный модальный анализ (ЭМА) и аналитический способ. Как правило, ЭМА выполняется посредством определения отклика на известное возбуждение системы. В этом случае результатом ЭМА является передаточная функция. Однако для ряда систем невозможно определить исходное возбуждение. Если известен только отклик, идентификация динамических параметров системы выполняется посредством операционного модального анализа (ОМА).

В настоящей работе выполнен ОМА для определения собственных частот колебаний технологической системы при фрезеровании. Отклик системы, а именно виброускорение в ортогональной плоскости, был зафиксирован посредством трехкомпонентного вибродатчика со встроенным предусилителем сигнала. Далее была составлена матрица спектральной плотности мощности сигналов. Посредством сингулярного разложения представленной матрицы получен набор сингулярных значений для диапазона значений частот колебаний, причем наибольшие сингулярные значения соответствуют частотам колебаний вблизи собственных частот динамической системы. Впервые такой метод ОМА предложил Р. Бринкер в 2000 г.

Предварительно для демонстрации корректности используемого метода ОМА составлена и исследована имитационная модель технологической системы при фрезеровании, динамические характеристики которой заранее известны. Далее исследуется реальная система, включающая в себя режущий и вспомогательный инструменты, заготовку, приспособление и станок. Вибродатчик закреплен на корпусе шпиндельного узла. Выполняется несколько тестов резания, при этом значения виброускорений передаются на компьютер для последующего анализа. В ходе ОМА выявлены собственные частоты колебаний технологической системы.

Ключевые слова: модальный анализ, колебания, устойчивость, динамика, фрезерование, резание, эксперимент, станок, вибрации, автоколебания.

K.Yu. Kravchenko, S.S. Kugaevsky, M.P. Zhuravlev, D.M. ElkindUral Federal University named after the First President of Russia B.N. Yeltsin,
Ekaterinburg, Russian Federation**NATURAL FREQUENCIES ESTIMATION USING OPERATIONAL
MODAL ANALYSIS**

Identifying of dynamic parameters such as modes, damping and stiffness is a key issue to predict the stability of dynamic system. There are two groups of techniques to find out the dynamic parameters: experimental modal analysis (EMA) and analytical approach. EMA is generally done by impact test

or a shaker test that calculate frequency response function or impulse response function from measurements of both input excitations and corresponding responses. If input excitations are unknown, the modal parameters can be obtained by operational modal analysis (OMA).

At present work, OMA is carried out to estimate natural frequencies of a dynamic system in milling. Responses (vibrational accelerations) are stored via three-axial accelerometer. Furthermore, power spectral density matrix of output response is estimated. Using singular value decomposition method the dependence of singular values from frequencies is obtained and represented as a graph. Modal parameters are estimated via peak picking method. Previously, R. Brinker suggested this approach at first time in 2000 as Frequency domain decomposition method.

To check and demonstrate approach described above, simulation model of milling had been created and analyzed. After, output-only modal analysis was adopted to real system that includes milling machine tool, workpiece, fixture and cutting tool. Three-axial accelerometer is mounted on the base of spindle. A number of cutting test have been done and output responses is stored on PC. After response acquisition, OMA is done and natural frequencies are obtained using peak picking method. Results are presented in article as well.

Keywords: modal analysis, self-oscillations, chatter, stability, dynamics, milling, cutting, machine tool, experiment, vibrations.

Введение

Модальный анализ – это один из основных инструментов структурного анализа, целью которого является выявление динамических параметров – мод колебаний, уровня демпфирования, жесткости системы. Модальный анализ может быть выполнен как аналитически с использованием конечно-элементного анализа, так и экспериментально с использованием соответствующего оборудования.

В ходе экспериментального модального анализа (ЭМА) на тестируемую систему подается известное возбуждение и снимается показание отклика. Измеряемые параметры входного и выходного сигналов используются для определения передаточной функции и мод колебаний. Совокупность методов ЭМА разделяется на две группы – частотные методы [1–3] и методы анализа во временной области [4–7]. Также методы ЭМА можно поделить на традиционные методы, опирающиеся в расчетах на известные величины входного и выходного сигналов [8], и методы с использованием только выходного сигнала при неизвестном возбуждении [9]. Вторая группа методов называется в общем случае операционным модальным анализом (ОМА).

ОМА получил широкое распространение во многих областях: автомобилестроении, аэрокосмическом машиностроении, промышленном и гражданском строительстве. В сравнении с традиционным ЭМА ОМА не опирается на заранее известный сигнал входного возбуждения, поэтому ОМА особенно актуален для систем, где входное возбуждение определить невозможно, например для анализа железнодорожных мостов. В представленной работе методы ЭМА применяются для

определения собственных частот колебаний технологической системы при фрезеровании.

В статьях [10–12] рассмотрены аналитические модели фрезерования, выведены уравнения движения и сформулированы условия устойчивости. Для практического применения разработанных аналитических и имитационных моделей необходимо определить фактические динамические параметры рассматриваемой многомассовой технологической системы, включающей в себя станок, вспомогательный и режущий инструменты, а также заготовку и приспособление. В настоящей статье решается задача выявления собственных частот колебаний технологической системы при фрезеровании.

Методы исследования и оборудование

Для решения поставленной задачи применяется метод разложения в частотной области, который позволяет определить собственные частоты колебаний только по известному отклику [2, 13]. Общий алгоритм метода сводится к следующему:

- 1) снятие показаний отклика (виброускорение, виброскорость или вибросмещение) в разных точках системы или при разных режимах работы системы;
- 2) вычисление матрицы спектральной плотности мощности сигналов (СПМ);
- 3) анализ методом сингулярного разложения матрицы СПМ.

Для проведения ОМА достаточно только вибродатчика, предусилителя и карты сбора данных. Для проведения исследований, представленных в работе, использовался трехкомпонентный пьезоэлектрический вибродатчик производства PCB Piezotronics со встроенным предусилителем сигнала. Для сбора данных использовался трехкомпонентный анализатор «Экофизика-110В». Программная реализация математических методов выполнена на языке Python 2.6.10.

Теоретическое основание метода

Впервые метод разложения в частотной области был предложен в 2000 г. Р. Бринкером [13]. Метод разложения в частотной области основан на отношении матриц СПМ входного и выходного сигналов:

$$G_{yy}(s) = H(s)G_{xx}(s)H(s)^T, \quad (1)$$

где $G_{xx}(s)$, $G_{yy}(s)$ – матрицы СПМ сигнала и отклика соответственно; $H(s)$ – передаточная функция, $s = \pm j\omega$ – комплексная переменная; T – операция транспонирования. Передаточная функция может быть представлена в виде

$$H(s) = \sum_{r=1}^N \left(\frac{R_r}{s - \lambda_r} + \frac{R_r^*}{s - \lambda_r^*} \right), \quad (2)$$

где R_r – мода колебаний.

Для случая, когда входное возбуждение неизвестно, предполагается, что входной сигнал представляет собой белый шум, для которого СПМ является постоянной величиной. Таким образом, можно рассматривать СПМ отклика как передаточную функцию. Вычислим сингулярные значения матрицы $G_{yy}(s)$, применив сингулярное разложение

$$G_{yy}(s) = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{U}^H, \quad (3)$$

где матрицы \mathbf{U} и \mathbf{U}^H – унитарные правый и левый сингулярные векторы; H означает комплексное сопряжение; \mathbf{S} – диагональная матрица, содержащая сингулярные значения. При варьировании частоты ω и вычислении матрицы \mathbf{S} согласно выражению (3) можно обнаружить, что при $\omega_i \rightarrow \omega_{\text{соб}}$ первый компонент матрицы \mathbf{S} будет достигать максимума.

При практическом применении описанного метода необходимо провести несколько испытаний при разных установках системы или разных режимах работы, при этом чем больше количество испытаний, тем точнее приближение $\omega_i \rightarrow \omega_{\text{соб}}$.

Имитационное моделирование

Имитационное моделирование позволяет предсказать поведение динамической системы при заданных начальных параметрах. Ранее имитационные модели были составлены для описания процесса фрезерования [14]. В представленной статье результаты имитационного моделирования используются для верификации описанного выше метода ОМА.

Рассмотрим схему концевое фрезерования в ортогональной плоскости с двумя степенями подвижности (предполагаем, что заготовка закреплена жестко), приведенную на рис. 1, где ζ_x , ζ_y – относительные коэффициенты демпфирования; $k_{\text{упр},x}$, $k_{\text{упр},y}$ – коэффициенты жесткости, Н/м; $\beta = \pi/2 - \gamma$, γ – передний угол инструмента.

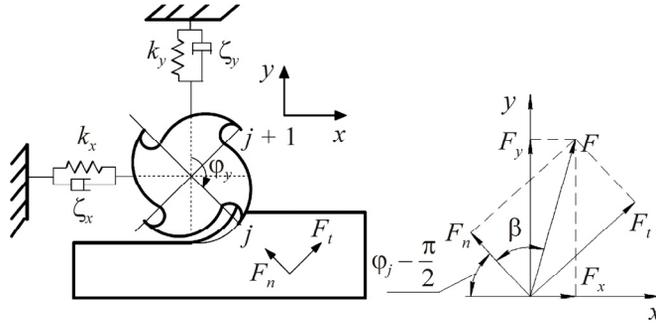


Рис. 1. Схема концевго фрезерования с двумя степенями подвижности

Уравнение, описывающее движение представленной системы, имеет вид

$$\frac{d^2}{dt^2} \{\bar{q}(\hat{t})\} + 2[\zeta][\omega_{\text{соб}}] \frac{d}{dt} \{\bar{q}(\hat{t})\} + [\omega_{\text{соб}}^2] \{\bar{q}(\hat{t})\} = \left[\frac{\omega_{\text{соб}}^2}{k_{\text{упр}}} \right] (\bar{F}_t + \bar{F}_n), \quad (4)$$

где $\{q(t)\}$ – вектор-столбец координат возможных вибросмещений $x(t)$ и $y(t)$; $[\zeta]$, $[\omega_{\text{соб}}]$, $[\omega_{\text{соб}}^2]$, $\left[\frac{\omega_{\text{соб}}^2}{k_{\text{упр}}} \right]$ – диагональные матрицы размера 2×2 , характеризующие динамические характеристики системы в каждом направлении возможных смещений.

В рассматриваемой системе под действием силы резания инструмент может вибрировать, изменяя толщину срезаемого слоя h_j , где j – индекс режущей кромки инструмента.

$$h_j = f_t \sin \varphi_j - \Delta_x \sin \varphi_j - \Delta_y \cos \varphi_j, \quad (5)$$

где f_t – подача на зуб, мм/зуб; φ_j – угол контакта j -й режущей кромки с заготовкой, причем $\varphi \in [\varphi_{st}, \varphi_{ex}]$, где φ_{st} – угол входа зуба фрезы в контакт с заготовкой; φ_{ex} – угол выхода зуба фрезы из контакта с заготовкой; $\Delta_x = x(t - T) - x(t)$; $\Delta_y = y(t - T) - y(t)$, где T – период запаздывания,

$$T = \frac{60}{z_{\text{об}} N}, \quad (6)$$

где N – скорость вращения шпинделя, об/мин; $z_{\text{об}}$ – общее количество зубьев фрезы.

Проекции силы резания на выбранные оси для j -го зуба определяются как

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = K_s a_{кр} \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \end{Bmatrix} = K_s a_{кр} [A(\varphi_j)] \{\Delta\}, \quad (7)$$

где K_s – удельная сила резания, Н/мм²; a – осевая глубина резания;

$$\begin{aligned} a_{xx} &= \sum_{j=1}^z -\sin \varphi_j \sin(\varphi_j + \beta), \\ a_{xy} &= \sum_{j=1}^z \cos \varphi_j \sin(\varphi_j + \beta), \\ a_{yx} &= \sum_{j=1}^z \sin \varphi_j \cos(\varphi_j + \beta), \\ a_{yy} &= \sum_{j=1}^z \cos \varphi_j \cos(\varphi_j + \beta). \end{aligned} \quad (8)$$

Вычисление имитационной модели сводится к следующим многократно повторяющимся шагам:

1) определение мгновенного значения толщины снимаемого материала режущей кромкой с учетом вибросмещений в моменты времени t и $(t - T)$;

2) вычисление величины равнодействующей силы резания;

3) определение виброускорений;

4) определение вибросмещений путем численного интегрирования.

Для определения величины вибросмещений путем численного интегрирования применен модифицированный метод Эйлера [15].

Рассмотрим систему со следующими динамическими характеристиками: $\omega_{соб,x} = 800$ Гц; $\omega_{соб,y} = 300$ Гц; $k_{упр,x} = k_{упр,y} = 2 \cdot 10^9$ Н/м; $\zeta_x = 3\%$; $\zeta_y = 1\%$, $\gamma = 22^\circ$, $z_{об} = 4$, $K_s = 1100$ Н/мм², ширина фрезерования равна половине диаметра фрезы. Заготовка закреплена жестко. Также к силе резания добавлен белый шум.

Необходимо выполнить тестирование модели при каком-либо изменяющемся параметре. В качестве варьируемого параметра выбрана частота вращения шпинделя N . Диапазон варьирования $N \in [5000, 23\ 000]$ с шагом 2000. Таким образом, выполнено 10 тестов. На рис. 3 представлен результат имитационного моделирования для $N =$

= 5000 об/мин для направлений вибро смещений X и Y . Также на рис. 3 представлен соответствующий спектр, который позволяет определить преобладающие частоты колебаний, причем стоит отметить, что преобладающие частоты могут изменяться в зависимости от начальных параметров. Другими словами, в системе возникают автоколебания – вынужденные колебания, не затухающие в диссипативной системе.

Отличительным признаком автоколебаний от вынужденных колебаний, вызванных силой резания, является частота, на которой существуют автоколебания. В общем случае вынужденные колебания вызываются переменной силой и существуют такие колебания на частоте, близкой к частоте изменения возбуждения. Автоколебания же определяются внутренними параметрами системы и существуют на частотах, определенных конфигурацией системы и начальными параметрами. На рис. 2 приведена осциллограмма и спектр сил резания F_x, F_y . Спектр сил резания позволяет определить преобладающие частоты – 329, 245, 160 и 75 Гц. Для виброускорений режущей кромки (см. рис. 3), возникающих в процессе резания, преобладают частоты 896, 745, 1000, 660 Гц для направления X и 330 и 245 Гц для направления Y . Очевидно, что в направлении X виброускорения режущей кромки существуют на частотах, отличных от частоты изменений соответствующей силы резания. В то же время в направлении Y происходят вынужденные колебания с частой вынуждающей переменной силы.

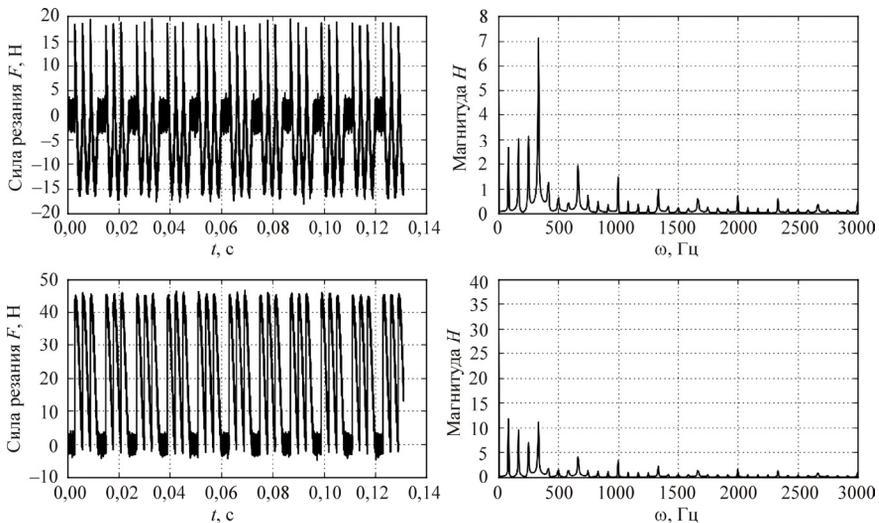


Рис. 2. Осциллограмма сил резания F_x, F_y и соответствующие спектры

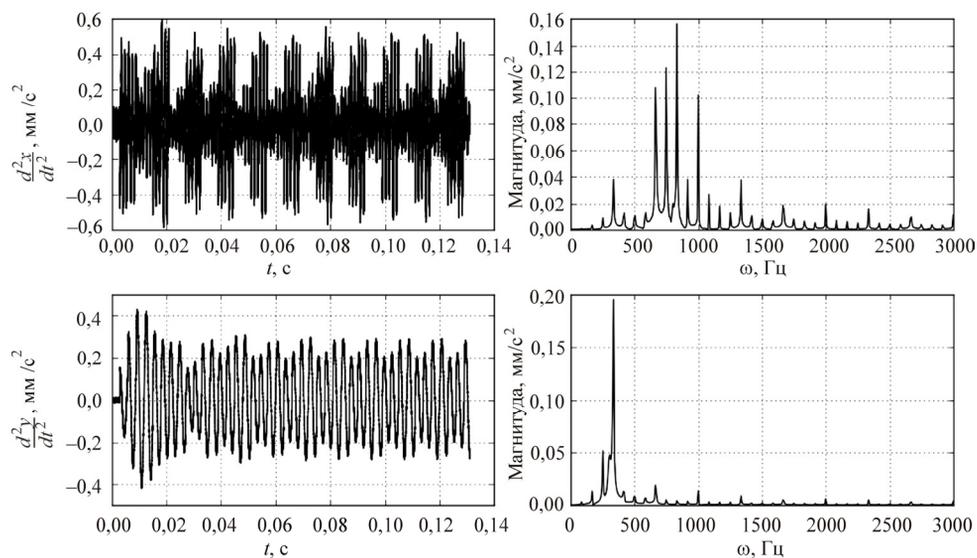


Рис. 3. Осциллограмма (слева) и соответствующий спектр (справа) виброускорения при $N = 5000$ об/мин

Следующий шаг в выполнении ОМА – вычисление матрицы СПМ-сигналов и ее сингулярного разложения. В результате для каждой частоты ω_i определено максимальное сингулярное значение матрицы G_{yy} . Итог вычислений представлен в виде графика на рис. 4 для направления X и на рис. 5 для направления Y .

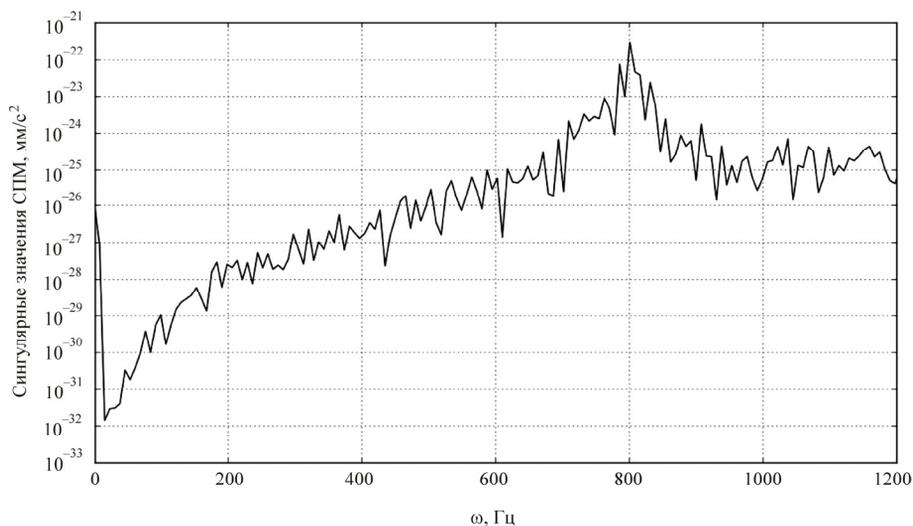


Рис. 4. Передаточная функция $H_y(s)$ (полулогарифмический масштаб)

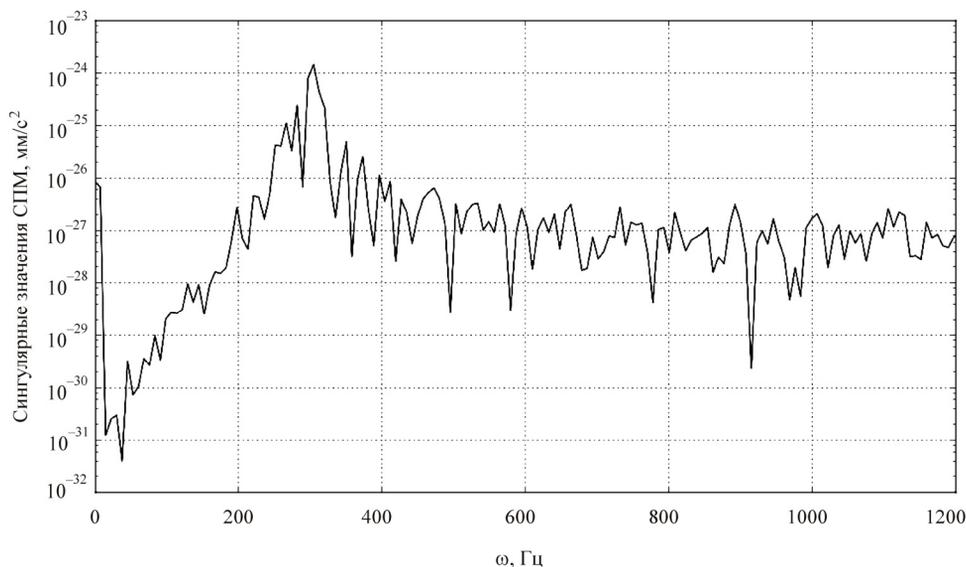


Рис. 5. Передаточная функция $H_x(s)$ (полулогарифмический масштаб)

На рис. 4, 5 видно, что зависимость сингулярных значений от частоты колебаний достигает наибольшего значения при $\omega_{\text{соб},x} = 800$ Гц и $\omega_{\text{соб},y} = 300$ Гц соответственно, что совпадает с изначально заложенными в имитационную модель динамическими характеристиками.

На основании выполненных расчетов можно сделать вывод о том, что описанный в статье метод ОМА позволяет достоверно определить собственные частоты колебаний.

Экспериментальные исследования

Экспериментальные тесты были выполнены на трехкоординатном вертикально-фрезерном станке 6К82Ш. Режущий инструмент – торцевая фреза, обрабатываемый материал – сталь 45. Глубина резания 1 мм, подача на зуб 0,1 мм/зуб, скорость вращения шпинделя 710 мм/мин.

Трехкомпонентный вибродатчик закреплен на торце шпинделя, направление каналов X, Y, Z датчика совпадает с направлением осей станка. На рис. 6 представлен общий вид экспериментального стенда.

Тесты выполнены с изменением ширины фрезерования – 66, 70 и 80 мм. Также варьировалось расположение фрезы относительно заготовки для обеспечения симметричного и асимметричного торцевого

фрезерования. Таким образом, для каждого значения ширины фрезерования были выполнены по два теста для симметричного резания и по два теста для асимметричного резания. В общей сложности проанализированы 12 тестов резания.

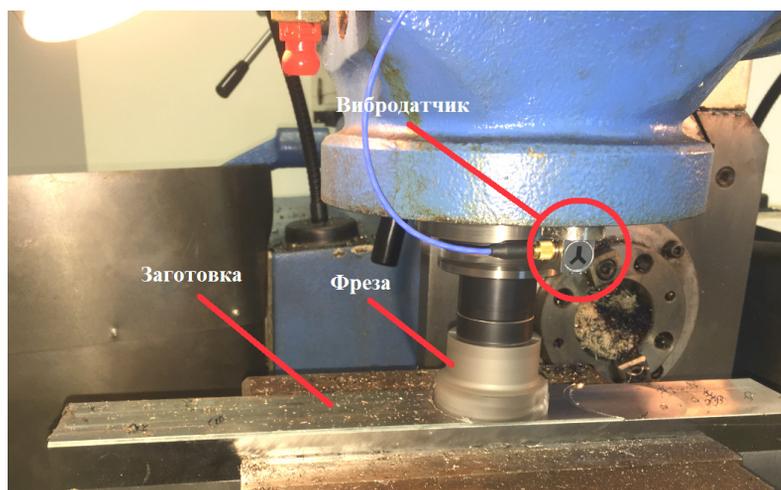


Рис. 6. Общий вид экспериментального стенда

В ходе каждого теста резания снимались показания вибродатчика. На рис. 7 представлена осциллограмма и спектр виброускорения для симметричного фрезерования с шириной 70 мм в направлении Y .

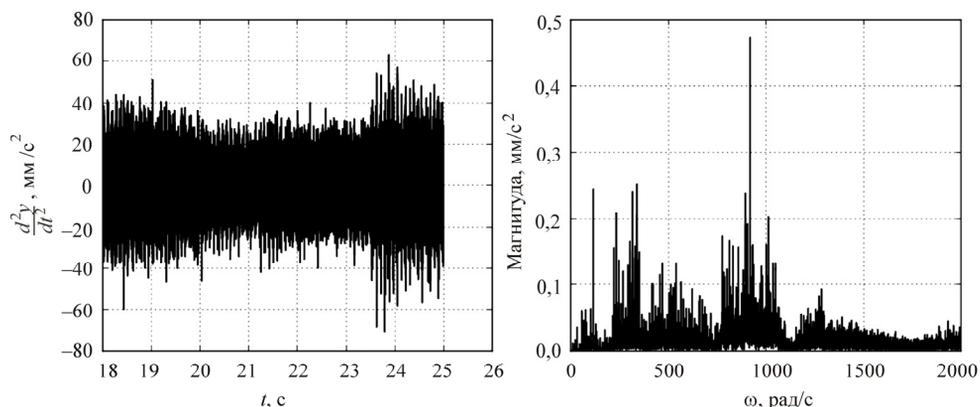


Рис. 7. Осциллограмма и спектр виброускорения для симметричного фрезерования с шириной 70 мм в направлении оси Y

На последнем этапе выполнен ОМА методом разложения в частотной области. Результаты ОМА представлены в виде графиков на рис. 8, 9.

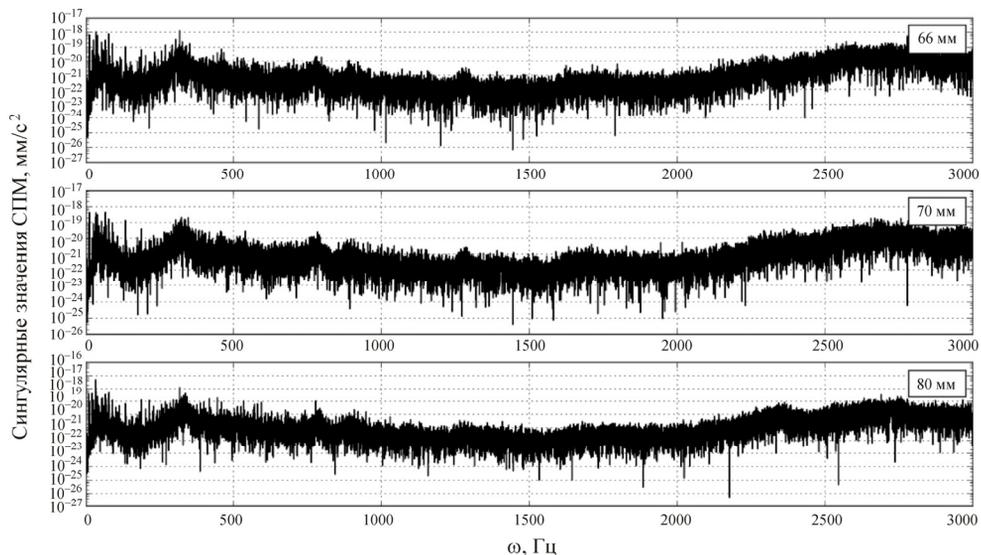


Рис. 8. Передаточная функция в направлении оси X (полулогарифмический масштаб)

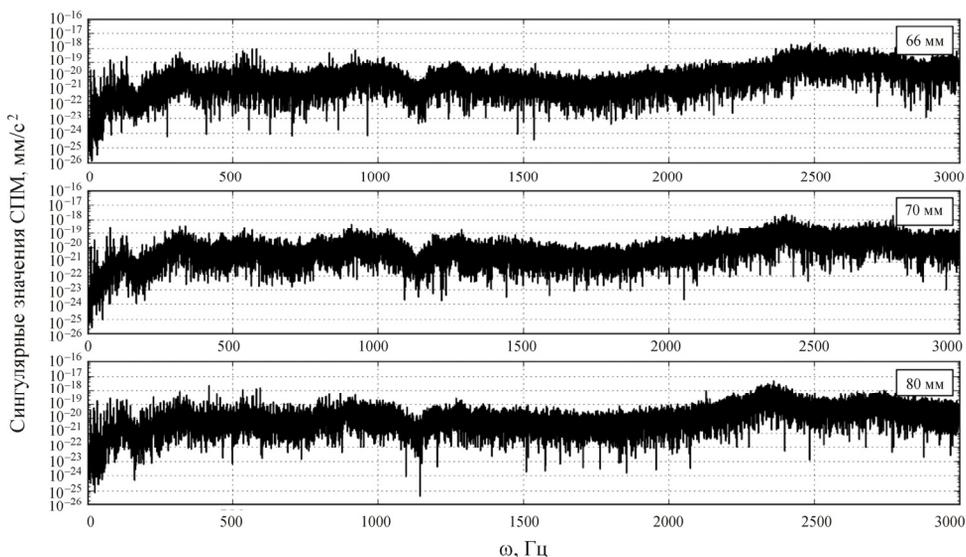


Рис. 9. Передаточная функция в направлении оси Y (полулогарифмический масштаб)

Результаты

Имитационное моделирование продемонстрировало применимость представленного в статье метода ОМА. Очевидно, что пики передаточной функции существуют вблизи собственных частот колебаний системы (см. рис. 4, 5). Пики на рис. 8 соответствуют следующим частотам: $\omega_{\text{соб},x1} = 307$ Гц, $\omega_{\text{соб},x2} = 760$ Гц, $\omega_{\text{соб},x3} = 771$ Гц, $\omega_{\text{соб},x4} = 2661$ Гц. Пики на рис. 9 соответствуют следующим частотам: $\omega_{\text{соб},y1} = 315$ Гц, $\omega_{\text{соб},y2} = 900$ Гц, $\omega_{\text{соб},y3} = 1270$ Гц, $\omega_{\text{соб},y4} = 2350$ Гц. Отметим, что существование нескольких собственных частот в одном направлении возможно в системах с множеством степеней подвижности. Так, среди выделенных частот могут быть собственные частоты корпуса фрезы, подшипников шпинделя, зажимной цанги и т.д.

В ходе данного эксперимента варьировались параметры геометрии срезаемого слоя. Также возможно изменять расположение вибродатчика (на шпинделе, консоли, направляющих и т.д.) для дальнейшего расчета матрицы СПМ виброускорения.

Отметим, что ОМА в общем случае позволяет определить моды колебаний (собственные частоты и формы колебаний) и коэффициент демпфирования. Однако для определения жесткости системы необходимо применять методы расчета по входному сигналу и отклику [9].

Заключение

В ходе эксперимента, а также имитационного моделирования показано, что при резании возникают автоколебания – незатухающие в диссипативной системе вынужденные колебания.

Решение задачи определения динамических характеристик, в частности определения собственных частот колебаний, построено на анализе только выходного сигнала (виброускорения). Таким образом, представленный в статье метод операционного модального анализа является достоверным и практически значимым.

В работе выполнен эксперимент, в ходе которого проведены 12 тестов резания с замером виброускорения в ортогональной плоскости. В результате эксперимента определены собственные частоты колебаний технологической системы методом операционного модального анализа.

Исследование проводится в рамках проекта «Разработка и внедрение инновационной технологии производства импортозамещающего корпусного сложнорежущего инструмента с быстросменными твердосплавными пластинками» при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (договор № 02.G25.31.0148 с ОАО «Свердловский инструментальный завод»), а также в рамках НИОКР № Y979/210/007/15 от 28 июля 2015 г. с ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет».

Список литературы

1. Bandat J. Random data, analysis and measurement procedures. – 4th ed. – New York: John Wiley & Son, 2010. – 640 p.
2. Brincker R., Ventura C.E., Anderson P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition // Smart Materials and Structures. – 2001. – Vol. 10, № 3. – P. 441–445.
3. A frequency domain global parameter estimation method for multiple reference frequency response measurements / C.Y. Shih, Y.G. Twuei, R.J. Allemang, D.L. Brown // Mechanical Systems and Signal Processing. – 1988. – Vol. 2, № 4. – P. 349–365.
4. Peeters B., De Roeck G. Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis // Mechanical Systems and Signal Processing. – 1999. – Vol. 13, № 6. – P. 855–878.
5. Van Overschee P., De Moor B. Subspace algorithms for the stochastic identification problem // Automatica. – 1993. – Vol. 29, № 3. – P. 649–660.
6. Zhang L.-M., Yao Y.-X., Lu M.-F. An improved time domain polyreference method for modal identification // Mechanical System and Signal Processing. – 1987. – Vol. 1, № 4. – P. 399–413.
7. Leuridan J.M., Brown D.L., Allemang R.J. Time domain parameter identification methods for linear modal analysis: a unifying approach // ASME Transactions, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. – 1986. – Vol. 108, № 1. – P. 1–8.
8. Ewins D.J. Modal testing: Theory, practice and application. – 2nd ed. – New York: John Wiley & Son, 2000. – 562 p.
9. Edwin R. System identification methods for (operational) modal analysis: review and comparison // Archives of Computational Methods in Engineering. – 2012. – Vol. 19, № 1. – P. 51–124.
10. Красильников А.Я., Кравченко К.Ю. Аналитические методы исследования устойчивости систем с запаздыванием, описывающие процесс фрезерования // Справочник. Инженерный журнал с приложением. – 2013. – № 9. – С. 23–31.
11. Красильников А.Я., Кравченко К.Ю. Исследование устойчивости систем с запаздыванием, описывающих процесс фрезерования, в случае с одной степенью свободы // Вестник машиностроения. – 2013. – № 9. – С. 67–75.
12. Krasil'nikov A.Ya., Kravchenko K.Yu. Determining the stability regions in end milling // Russian Engineering Research. – 2016. – Vol. 36, № 4. – P. 294–299.

13. Brincker R., Zhang L., Andersen P. Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition // IMAC 18. Proceedings of the International Modal Analysis Conference (IMAC). – San Antonio, 2000. – P. 625–630.

14. Красильников А.Я., Кравченко К.Ю. Применение аналитического метода и имитационного моделирования для определения областей устойчивости при концевом фрезеровании // Вестник машиностроения. – 2016. – № 1. – С. 79–84.

15. Бабенко К.И. Основы численного анализа. – М.: Наука, 1986. – 374 с.

References

1. Bandat J. Random data, analysis and measurement procedures. New York: John Wiley & Son, 2010, 640 p.

2. Brincker R., Ventura C.E., Anderson P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart Materials and Structures*, 2001. Vol. 10, no. 3, 441–445 pp.

3. Shih C.Y., Twuei Y.G., Allemang R.J., Brown D.L. A frequency domain global parameter estimation method for multiple reference frequency response measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1988. Vol. 2, no. 4, 349–365 pp.

4. Peeters B., De Roeck G. Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1999. Vol. 13, no. 6, 855–878 pp.

5. Van Overschee P., De Moor B. Subspace algorithms for the stochastic identification problem. *Automatica*, 1993. Vol. 29, no. 3, 649–660 pp.

6. Zhang L.-M., Yao Y.-X., Lu M.-F. An improved time domain polyreference method for modal identification. *Mechanical System and Signal Processing*, 1987. Vol. 1, no. 4, 399–413 pp.

7. Leuridan J.M., Brown D.L., Allemang R.J. Time domain parameter identification methods for linear modal analysis: a unifying approach. *ASME Transactions, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, 1986. Vol. 108, no. 1, 1–8 pp.

8. Ewins D.J. Modal testing: Theory, practice and application. New York: John Wiley & Son, 2000, 562 p.

9. Edwin R. System identification methods for (operational) modal analysis: review and comparison. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2012. Vol. 19, no. 1, 51–124 pp.

10. Krasil'nikov A.Ia., Kravchenko K.Iu. Analiticheskie metody issledovaniia ustoychivosti sistem s zapazdyvaniem, opisyvaiushchie protsess frezerovaniia [The analytical methods of a research of stability of systems with delay describing milling process]. *Spravochnik. Inzhenernyi zhurnal s prilozheniem*, 2013, no. 9, 23–31 pp.

11. Krasil'nikov A.Ia., Kravchenko K.Iu. Issledovanie ustoychivosti sistem s zapazdyvaniem, opisyvaiushchikh protsess frezerovaniia, v sluchae s odnoi stepen'iu svobody [Research of stability of the systems with delay describing milling process in a case with one degree of freedom]. *Vestnik mashinostroeniia*, 2013, no. 9, 67–75 pp.

12. Krasil'nikov A.Ya., Kravchenko K.Yu. Determining the stability regions in end milling. *Russian Engineering Research*, 2016. Vol. 36, no. 4, 294–299 pp.

13. Brincker R., Zhang L., Andersen P. Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition. *IMAC 18. Proceedings of the International Modal Analysis Conference (IMAC)*. San Antonio, 2000, 625–630 pp.

14. Krasil'nikov A.Ia., Kravchenko K.Iu. Primenenie analitiche-skogo metoda i imitatsionnogo modelirovaniia dlia opredeleniia oblastei ustoichivosti pri kontsevom frezerovanii [Application of an analytical method and imitating modeling for definition of areas of stability at trailer milling]. *Vestnik mashinostroeniia*, 2016, no. 1, 79–84 pp.

15. Babenko K.I. *Osnovy chislennogo analiza* [Bases of the numerical analysis]. Moscow: Nauka, 1986, 374 p.

Получено 27.03.2017

Об авторах

Кравченко Константин Юрьевич (Екатеринбург, Россия) – кандидат технических наук; e-mail: laPosteGenerale@gmail.com.

Кугаевский Сергей Семенович (Екатеринбург, Россия) – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой металлорежущих станков и инструментов Механико-машиностроительного института Уральского федерального университета им. первого Президента России Б.Н. Ельцина; e-mail: cadcam@mail.ru.

Журавлев Михаил Петрович (Екатеринбург, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры металлорежущих станков и инструментов Механико-машиностроительного института Уральского федерального университета им. первого Президента России Б.Н. Ельцина; e-mail: mzhuravlev12@gmail.com.

Элькинд Дмитрий Михайлович (Екатеринбург, Россия) – учебный мастер лаборатории нормирования размерной точности Уральского федерального университета им. первого Президента России Б.Н. Ельцина; e-mail: dos1600@mail.ru.

About the authors

Konstantin Yu. Kravchenko (Ekaterinburg, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences; e-mail: laPosteGenerale@gmail.com.

Sergey S. Kugaevsky (Ekaterinburg, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department of Metal-Cutting Machines and Tools, Institute of Mechanics and Machine Building, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin; e-mail: cadcam@mail.ru.

Michail P. Zhuravlev (Ekaterinburg, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Metal-Cutting Machines and Tools, Institute of Mechanics and Machine Building, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin; e-mail: mzhuravlev12@gmail.com.

Dmitry M. Elkind (Ekaterinburg, Russian Federation) – Educational Master, Laboratory of Normalization of Dimensional Accuracy, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin; e-mail: dos1600@mail.ru.