

DOI: 10.15593/2224-9877/2017.1.08

УДК 539.374

**А.А. Каменских, Д.Д. Парахина**Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет, Пермь, Россия

## **ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ ЗОНЫ КОНТАКТА СФЕРИЧЕСКОЙ ОПОРНОЙ ЧАСТИ**

В рамках серии натурных экспериментов, проведенных в Институте механики сплошных сред УрО РАН доктором физико-математических наук А.А. Адамовым, были получены фрикционные свойства антифрикционных полимерных материалов. На основе результатов натурных экспериментов была составлена программа численного эксперимента для исследования влияния фрикционных свойств на параметры контакта сферической опорной части с прослойкой из модифицированного фторопласта. В рамках работы сделана математическая постановка задачи контактного взаимодействия упругих тел через антифрикционную прослойку при учете трения по сопрягаемым поверхностям. Исходя из результатов натурных экспериментов коэффициент трения зависит от нагружения и уменьшается по мере роста нагрузки. В рамках численного эксперимента исследовано влияние коэффициента трения на параметры контакта сферической опорной части с полимерной антифрикционной прослойкой из модифицированного фторопласта в осесимметричной постановке. Рассмотрено два варианта контактного взаимодействия: без смазки и со смазкой. Для каждого варианта контакта рассмотрено по семь вариантов соотношения нагрузка – коэффициент трения. В рамках численного эксперимента проанализирован характер распределения относительного контактного давления и относительного касательного напряжения и рассмотрено влияние на все параметры контакта фрикционных свойств модифицированного фторопласта. Выявлены качественные и количественные закономерности изменения контактных параметров. Получены зависимости максимальных значений параметров зоны контакта от величины нагрузки и коэффициента трения. Зарегистрирована тенденция уменьшения зоны контактного сцепления при увеличении нагрузки и уменьшении коэффициента трения.

**Ключевые слова:** контакт, коэффициент трения, метод конечных элементов, упругопластичность, осесимметричная задача, полимер, эксперимент, моделирование, параметры контакта, смазка.

**A.A. Kamenskikh, D.D. Parahina**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **NUMERICAL ANALYSIS OF INFLUENCE FRICTION TO PARAMETERS CONTACT ZONE OF SPHERICAL BEARING**

Friction properties of antifriction polymeric materials were obtained through a series of experiments, which were carried out in Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Sciences Professor A.A. Adamov. Numerical experiment program was based on the results of experiments to study the effect of frictional properties on the parameters of contact spherical bearing

with a layer of modified PTFE. Two variants contact interaction of spherical bearing elements with an anti-friction layer are considered: without lubricant and with lubricant. The mathematical problem statement of contact interaction of elastic bodies through antifriction layertaking into account the friction on mating surfaces have been made through the work. The friction coefficient depends on load and decreases as the load increases, based on the results of experiments. The influence of the friction coefficient on the contact parameters spherical bearing with a antifriction interlayer of modified PTFE in axisymmetric investigated. Two variants of contact interaction is considered: without lubricant and with lubricant. The seven of options relations load- friction coefficient is considered for each contact options. The distribution of the relative contact pressure and the relative contact tangential stress is analyzed and the influence the frictional properties of the modified PTFE for all contact options investigated in the framework of a numerical experiment. The qualitative and quantitative changes in patterns the contact parameters identified. Dependence of the maximal values of parameters the contact zone on load quantity and friction coefficient were obtained. The trend of reducing adhesion area contact surface has been registered with increasing load and decreasing the friction coefficient.

**Keywords:** contact, friction coefficient, finite element method, elastoplastic, axisymmetric problem, polymer, experiment, modeling, contact parameters, lubrication.

В современной механике деформируемого твердого тела одними из основных являются задачи о контактном взаимодействии тел со сложной пространственной конфигурацией и трением по сопрягаемым поверхностям. При этом теория контактных задач находит широкое применение в различных промышленных отраслях, таких как машиностроение, авиастроение, судостроение, медицина, строительство и т.п. Для уменьшения трения между контактными поверхностями зачастую используют различные антифрикционные материалы, например модифицированный фторопласт, сверхвысокомолекулярный полиэтилен, также применяют различные прослойки, покрытия, напыления, смазки и масла. В качестве примеров таких конструкций можно отметить: подшипники скольжения с прослойкой из композиционного материала [1, 2], эндопротез бедра с антифрикционной прослойкой [3], соединение кости и суставного хряща [4], автодорожное покрытие [5], поршни [6], опорные части пролетных строений мостов и мостовых сооружений [7], механические передачи, тормозные колодки, механизмы двигателя внутреннего сгорания. В настоящее время ряд отечественных и зарубежных ученых проводят исследования различных свойств антифрикционных полимеров: исследование влияния нанонаполнителей полимерных композитов на трибологические характеристики [8, 9]; работы, направленные на формирование методов исследования и моделей поведения наполненных композитов с полимерной матрицей (термовязкоупругие, механические и триботехнические свойства) (Институт механики металлополимерных систем им. В.А. Белого НАН Беларуси) [10–12]; исследования, направленные на оценку напряженно-

деформированного состояния полимеров [13–14]; исследование реологических и термомеханических свойств полимеров [15] и т.д. Исследования материалов тонкого антифрикционного слоя контактных узлов, направленные на определение физико-механических, фрикционных и эксплуатационных свойств данных материалов, построение моделей их поведения и выбор определяющих соотношений, а также численный анализ влияния свойств антифрикционных материалов на параметры зоны контакта являются актуальными задачами механики деформированного твердого тела.

В данной работе рассматривается численный анализ влияния фрикционных свойств антифрикционного полимерного материала тонкого покрытия сферической опорной части (рис. 1) пролетных строений мостов на параметры зоны контакта. В расчетную схему включены: верхняя стальная плита с шаровым полированным сегментом 1, нижняя стальная плита со сферическим вырезом 2 и разделяющая их сферическая полимерная антифрикционная прослойка 3.

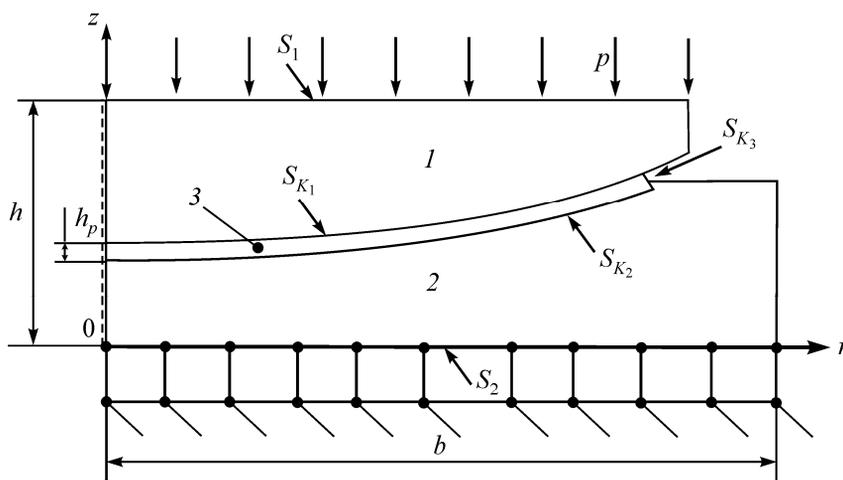


Рис. 1. Модель опорной части с шаровым сегментом

Влияние коэффициента трения на параметры контакта исследуется на упрощенной конструкции сферической опорной части Л-250 производства ООО «Альфа-Тех» (г. Пермь) по проекту и с научно-техническим сопровождением ООО «Ко Люмьер Лтд» (г. Москва). Конструкции опорной части обладают следующими характерными размерами: максимальной шириной  $b_k = 2b = 0,274$  м, максимальной вы-

сотой конструкции  $h = 4,83 \cdot 10^{-2}$  м и толщиной антифрикционной прослойки  $h_p = 0,4 \cdot 10^{-3}$  м.

Контактная задача упругопластичности в данной работе решена в частном случае осесимметричного напряженно-деформированного состояния при условии наличия трения по сопрягаемым поверхностям; прослойка из модифицированного фторопласта.

### Математическая постановка задачи

Общая математическая постановка задачи упругого поведения материала включает в себя уравнения равновесия [17]

$$\operatorname{div} \hat{\sigma} = 0, \quad \bar{x} \in V; \quad (1)$$

геометрические соотношения

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left( \nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T \right), \quad \bar{x} \in V; \quad (2)$$

физические соотношения

$$\sigma = \lambda I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I} + 2\mu \hat{\varepsilon}, \quad \bar{x} \in V_1 \cup V_2, \quad (3)$$

где  $\hat{\sigma}$  – тензор напряжений;  $\hat{\varepsilon}$  – тензор деформаций;  $\bar{u}$  – вектор перемещений;  $\bar{x}$  – радиус-вектор произвольной точки расчетного объема;  $\lambda$  и  $\mu$  – параметры Ламе;  $I_1(\hat{\varepsilon})$  – первый инвариант тензора деформаций;  $\hat{I}$  – единичный тензор;  $V$  – расчетный объем,  $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3$ ;  $V_1$  – объем плиты с шаровым сегментом;  $V_2$  – объем плиты со сферическим вырезом;  $V_3$  – объем полимерной прослойки.

Для описания поведения материала прослойки выбрана деформационная теория пластичности, физические соотношения которой имеют вид [13]

$$\hat{\sigma} = \frac{2\sigma_{\text{н}}}{3\varepsilon_{\text{н}}} \left( \hat{\varepsilon} - I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I} \right) + 3KI_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I}, \quad \bar{x} \in V_3, \quad (4)$$

где  $\sigma_{\text{н}}$  – интенсивность тензора напряжений,  $\sigma_{\text{н}} = \sqrt{3I_2(\hat{\sigma})}$  ( $I_2(\hat{\sigma})$  – второй инвариант тензора  $\hat{\sigma}$ );  $\varepsilon_{\text{н}}$  – интенсивность тензора деформации

ций,  $\varepsilon_n = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{I_2(\hat{\varepsilon})}$  ( $I_2(\hat{\varepsilon})$  – второй инвариант тензора  $\hat{\varepsilon}$ );  $K$  – объемный модуль упругости;  $\sigma_n = \Phi(\varepsilon_n)$  – функциональная зависимость, определяемая диаграммой деформирования при одноосном напряженном состоянии.

Система уравнений (1)–(4) дополнена граничными условиями на поверхности контакта  $S_K = S_{K_1} \cup S_{K_2} \cup S_{K_3}$ . Рассмотрены следующие типы контактного взаимодействия:

– проскальзывание с трением:

- для трения покоя

$$\sigma_n < 0, \quad \sigma_{n\alpha} < q(\sigma_n)\sigma_n, \quad \bar{u}^1 = \bar{u}^2; \quad (5)$$

- для трения скольжения

$$\sigma_n < 0, \quad \sigma_{n\alpha} = q(\sigma_n)\sigma_n, \quad u_n^1 = u_n^2, \quad u_\tau^1 \neq u_\tau^2, \quad (6)$$

– отлипание

$$\left| u_n^1 - u_n^2 \right| \geq 0, \quad \sigma_{n\alpha} = \sigma_n = 0, \quad \alpha = 0; \quad (7)$$

– полное сцепление

$$\bar{u}^1 = \bar{u}^2, \quad (8)$$

где  $q(\sigma_n)$  – коэффициент трения;  $\tau_1, \tau_2$  – условные обозначения координатных осей, лежащих в плоскости, касательной к поверхности контакта;  $u_n$  – перемещения по нормали к соответствующей контактной границе;  $u_{\tau_1}, u_{\tau_2}$  – перемещения в касательной плоскости;  $\sigma_n$  – напряжение по нормали к контактной границе;  $\sigma_{n\tau_1}, \sigma_{n\tau_2}$  – касательные напряжения на контактной границе;  $\sigma_{n\tau}$  – величина вектора касательных контактных напряжений.

Математическая постановка (1)–(8) дополняется кинематическими граничными условиями на поверхности  $S_2$ :

$$u_z = 0, \quad \sigma_{rz} = 0, \quad r \in S_2, \quad (9)$$

а также статическими и кинематическими граничными условиями на поверхности  $S_1$ :

$$\int_{S_1} p_z dS_1 = -Q_z, \quad u_z(r, h) = U = \text{const}, \quad \sigma_{rz} = 0, \quad r \in S_1, \quad (10)$$

где  $Q_z$  – вертикальная сила, приложенная к  $S_1$ ;  $U$  – неизвестная величина, а остальные наружные поверхности являются свободными от нагрузки.

### **Определяющие уравнения**

В начале исследования для определения модели поведения антифрикционных полимерных материалов контактных узлов в ИМСС УрО РАН доктор физико-математических наук А.А. Адамов выполнил ряд натурных экспериментов [16, 17]. На основе анализа результатов экспериментов в качестве модели поведения материала была выбрана и идентифицирована модель деформационной теории упругопластичности с упругой объемной сжимаемостью и нелинейной диаграммой квазиравновесного деформирования при свободном сжатии с минимальной скоростью нагружения. По полученным экспериментальным данным построены модели деформирования контактного узла на примере сферической опорной части с антифрикционной полимерной прослойкой, а также был произведен предварительный численный анализ работы исследуемых материалов с точки зрения контактного взаимодействия, прочности и надежности [17–19].

Следующим этапом исследования стало изучение фрикционных свойств полимерных материалов, в рамках которого был выполнен ряд экспериментов на трение с различными режимами нагружения. Цикл экспериментальных исследований включал в себя циклические (многоступенчатые) испытания вертикальной нагрузкой, сдвиг со сжатием, при горизонтальном смещении со скоростью  $v_{\text{н}} = 2$  мм/мин. Все испытания проводились на установке MTS 316 с максимальной вертикальной нагрузкой 45 т и максимальной горизонтальной нагрузкой 25 т. По итогам испытаний были получены результаты зависимости коэффициента трения от удельного вертикального давления  $p_k$ , показанные на рис. 2 для модифицированного фторопласта для двух циклов экспериментов: без смазки и со смазкой.

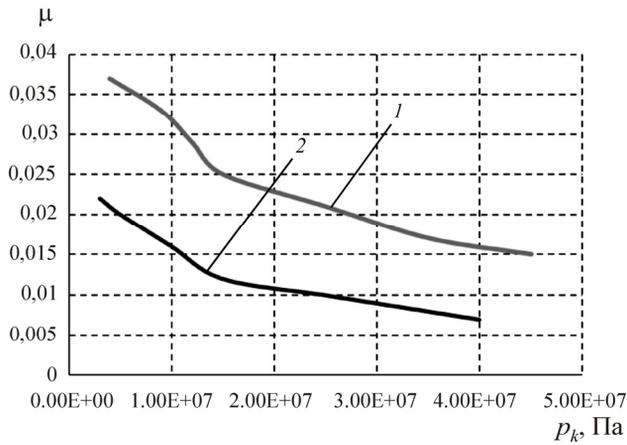


Рис. 2. Зависимость коэффициента трения от  $p_k$ :  
1 – без смазки; 2 – со смазкой

В рамках численного моделирования задачи контактного взаимодействия элементов сферической опорной части с антифрикционной полимерной прослойкой выполнен анализ влияния коэффициента трения на параметры зоны контакта. Численное моделирование деформирования опорной части производилось по ключевым точкам, которые приведены в таблице. Численный эксперимент проводится для семи соотношений давление – коэффициент трения.

Численный эксперимент (соотношения давления и коэффициента трения)

№ п/п	Контакт без смазки		Контакт со смазкой	
	Коэффициент трения	Давление, МПа	Коэффициент трения	Давление, МПа
1	0,037	4	0,022	3
2	0,033	9	0,02	5
3	0,029	12	0,016	10
4	0,025	15	0,012	15
5	0,021	25	0,01	25
6	0,017	35	0,009	35
7	0,015	45	0,007	40

Исходя из данных, представленных в таблице и на рис. 2, видно, что при контактном взаимодействии со смазкой коэффициент трения значительно меньше, чем при контакте без смазки, при одинаковом удельном вертикальном давлении. При этом коэффициент трения модифицированного фторопласта уменьшается при увеличении нагрузки.

### **Решение и результаты**

Задача решена в программном комплексе ANSYS с использованием деформационной теории упругопластичности, конечно-элементная сетка состоит из осесимметричных восьмиузловых элементов, обладающих аппроксимацией второго порядка и двумя неизвестными перемещениями в каждом узле. На границе соприкосновения элементов сферической опорной части и антифрикционной прослойки нанесена контактная пара элементов. Антифрикционная прослойка разбита на восемь элементов по толщине, данная конечно-элементная сетка обладает достаточно высокой степенью сходимости решения контактной задачи по параметрам контакта [17, 18]: положению границ областей сцепления-скольжения, контактному давлению и контактному касательному напряжению на контактной поверхности прослойки. При использовании сетки с восьмью слоями элементов по толщине прослойки общее число узловых неизвестных составляет около 50 тысяч, контактных элементов – около 500, время расчета порядка 16 с, для решения контактной задачи требуется соответственно четыре подэтапа по 12 итераций.

В работе реализовано по семь численных экспериментов для контактного взаимодействия без смазки и со смазкой соответственно (см. таблицу). В результате серии численных экспериментов получены поля относительного контактного давления (рис. 3) и относительного контактного касательного напряжения (рис. 4), показанные на относительно свободной контактной поверхности  $S_{K_1}$ , по которой происходит скольжение плиты со сферическим сегментом.

При увеличении нагрузки, действующей на контактный узел, коэффициент трения уменьшается, при этом уровень максимального относительного контактного давления мало зависит от нагрузки и коэффициента трения в обоих вариантах контакта. Относительное контактное давление максимально в зоне сцепления, в зоне смены контактных состояний со сцепления на проскальзывание происходит его постепен-

ное уменьшение с падением к краю прослойки. Из рис. 3 заметно, что площадка контактного сцепления при контакте со смазкой значительно меньше, чем при контакте без смазки.

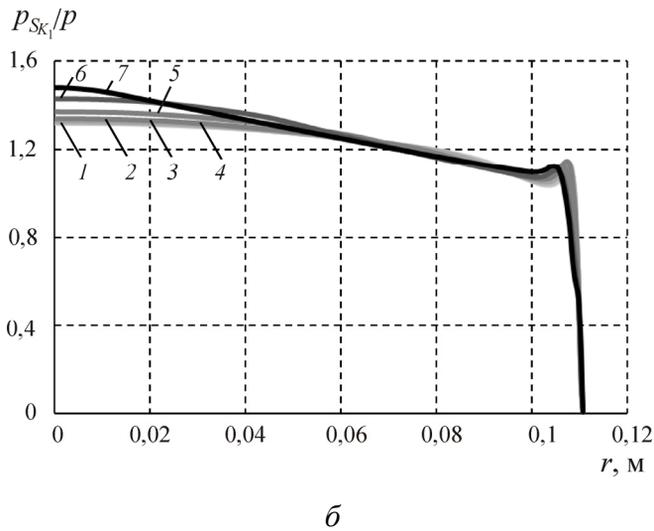
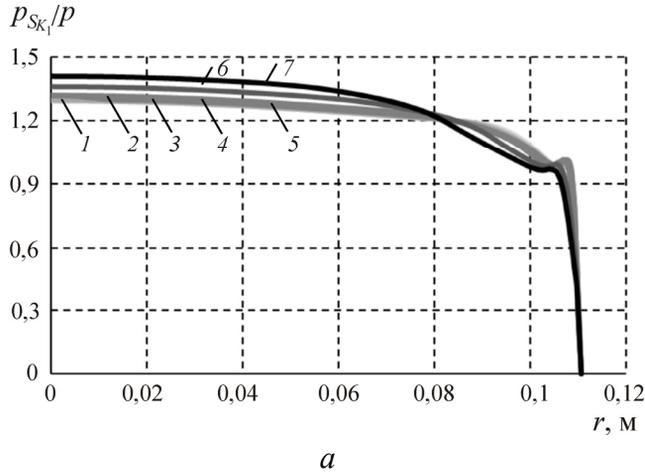


Рис. 3. Относительное контактное давление на поверхности контакта  $S_{K_1}$ :  
 а – без смазки; б – со смазкой (1–7 – номер численного эксперимента)

Распределение контактного касательного напряжения более чувствительно к изменению коэффициента трения (см. рис. 4).

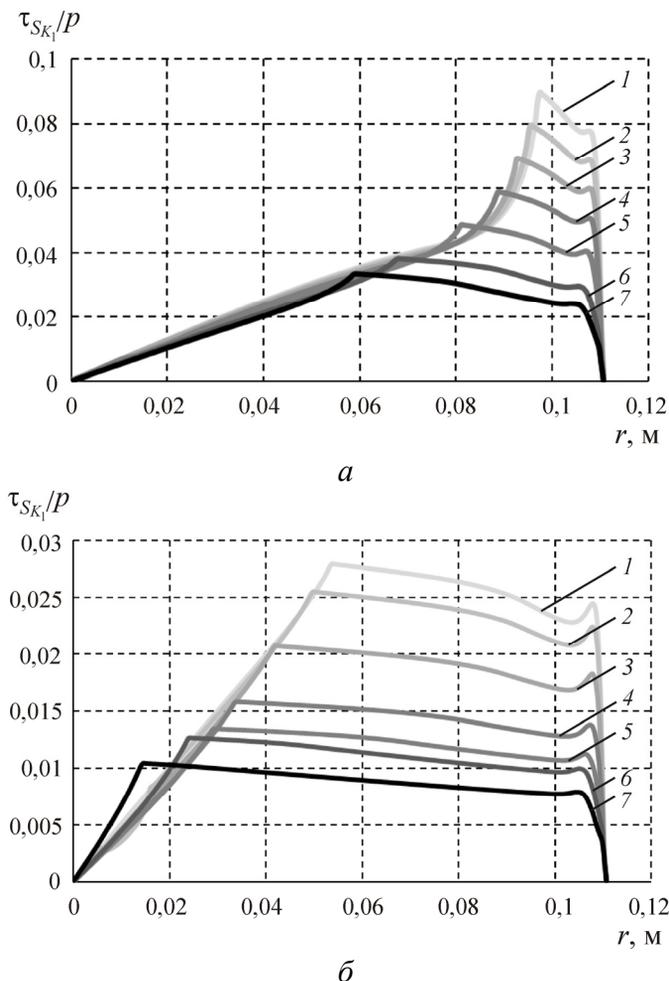
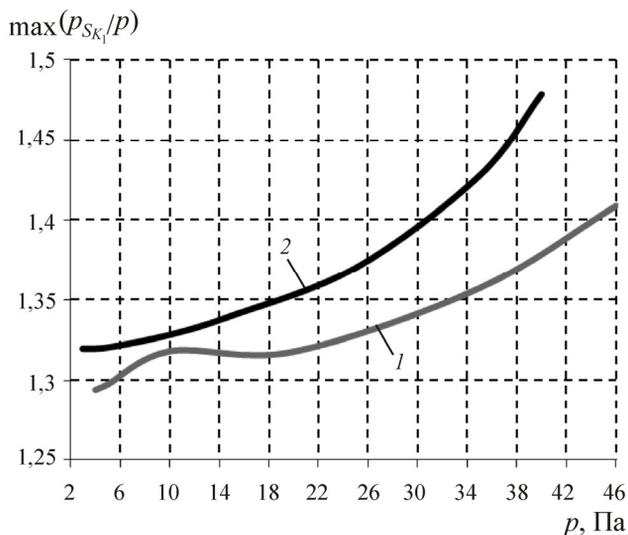


Рис. 4. Относительное контактное касательное напряжение на поверхности контакта  $S_{K_1}$ : *а* – без смазки; *б* – со смазкой (1–7 – номер численного эксперимента)

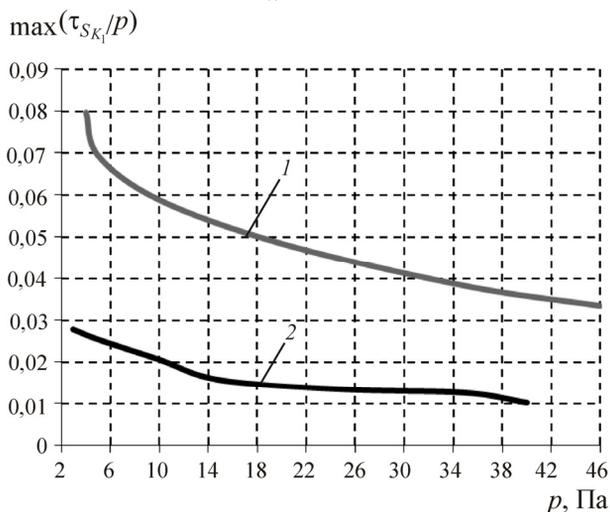
Стоит отметить, что относительное контактное касательное напряжение более чувствительно к изменению коэффициента трения: уровень касательного напряжения уменьшается при увеличении нагрузки, при этом характер распределения относительного контактного касательного напряжения становится более равномерным, данная тенденция сильнее заметна при контакте со смазкой. Относительное контактное касательное напряжение растет в зоне прилипания, максимальное значение контактного касательного напряжения наблюдается в зоне смены контактных состояний с прилипания на скольжение,

в зоне скольжения распределение относительного контактного касательного напряжения более равномерное.

В рамках серии численных экспериментов также установлено влияние фрикционных свойств материала полимерной антифрикционной прослойки на максимальное относительное контактное давление и максимальное относительное контактное касательное напряжение (рис. 5).



а



б

Рис. 5. Зависимость максимального относительного контактного давления (а) и максимального относительного касательного напряжения (б) от  $p$ :  
1 – без смазки; 2 – со смазкой

В рамках численного исследования установлены следующие закономерности:

- при увеличении нагрузки и соответствующем уменьшении коэффициента трения максимальное контактное давление увеличивается как при контакте без смазки, так и со смазкой, при этом при контакте со смазкой контактное давление больше;

- в случае относительного контактного касательного напряжения наблюдается проявление антифрикционных свойств материалов, таким образом, максимальное значение касательного напряжения уменьшается при увеличении нагрузки, при этом при контакте со смазкой максимальное значение относительного контактного касательного напряжения значительно меньше соответствующей величины при контакте без смазки при одном уровне нагрузки.

Также была зарегистрирована тенденция уменьшения площадки сцепления контактной поверхности (рис. 6).

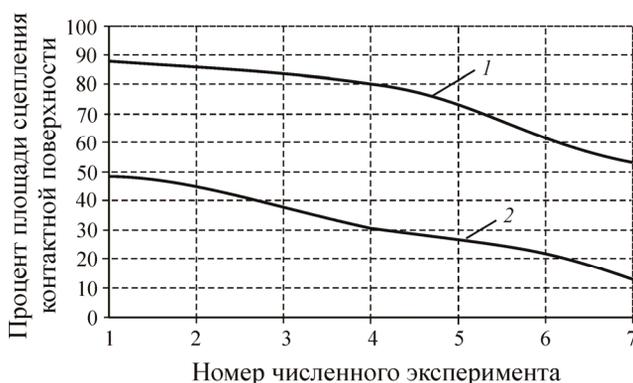


Рис. 6. Площадь контактной поверхности  $S_{к1}$ , находящейся в состоянии сцепления: 1 – без смазки; 2 – со смазкой

При одном уровне нагрузки коэффициенты трения для модели без смазки и со смазкой отличаются значительно, что влияет на площадь контактного сцепления:

- при минимальной нагрузке около 90 % контактной поверхности находится в сцеплении при контакте без смазки, при этом при контакте со смазкой в состоянии контактного сцепления находится менее 50 % контактной поверхности;

– при максимальной нагрузке при контакте без смазки более 50 % контактной поверхности находится в состоянии контактного сцепления, при контакте со смазкой менее 15 % контактной поверхности находится в состоянии контактного сцепления.

### **Заключение**

В рамках исследования влияния фрикционных свойств материала антифрикционной прослойки на контактное напряженное состояние сферической опорной части можно отметить следующие результаты:

1. Получены зависимости коэффициента трения от удельного давления для модифицированного фторопласта при контакте без смазки и со смазкой. По результатам натурного эксперимента составлена программа численного эксперимента.

2. Выполнен сравнительный анализ деформационного поведения в контактном узле антифрикционной прослойки из модифицированного фторопласта при разных соотношениях нагрузка – коэффициент трения.

3. Установлены зависимости максимальных значений относительного контактного давления и относительного контактного напряжения от нагрузки, действующей на сферическую опорную часть (каждой нагрузке соответствует свой коэффициент трения).

4. Установлена тенденция уменьшения зоны сцепления при проведении численных экспериментов: при одном уровне нагрузки зона сцепления при контакте без смазки больше приблизительно на 40 %, чем у соответствующего контакта со смазкой; при максимальной нагрузке зона сцепления составляет более 50 % контактной поверхности при контакте без смазки, менее 15 % – при контакте со смазкой.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-38-00390 мол\_а).*

### **Список литературы**

1. Rakowski W.A., Zimowski S. Polyesterimide composites as a sensor material for sliding bearings // Composites: Part B engineering. – 2006. – Vol. 37. – P. 81–88.
2. Гидродинамический анализ подшипников скольжения. Ч. 1. Учет нецилиндричности рабочих поверхностей / М.В. Зернин, А.В. Мишин, Н.Н. Рыбкин, С.В. Шилько // Трение и износ. – 2014. – Т. 35, № 5. – С. 584–595.
3. Tribology and biophysics of artificial joints / L.S. Pnchuk, V.I. Nikolaev, E.A. Tsvetkova, V.A. Goldade. – Elsevier, 2006. – 350 p.

4. Argatov I. A general solution of the axisymmetric contact problem for biphasic cartilage layers // *Mechanics Research Communications*. – 2011. – № 38. – P. 29–33.

5. Тукашев Ж.Б., Адилханова Л.А. Исследование напряженно-деформированного состояния дорожного покрытия // *Геология, география и глобальная энергия*. – 2010. – № 2. – С. 163–166.

6. Веретельник О.В., Ткачук Н.А., Белик С.Ю. Контактное взаимодействие поршня с гальвано-плазменной обработкой боковой поверхности со стенками цилиндра ДВС // *Вестник нац. техн. ун-та «ХПИ». Машиноведение и САПР*. – 2012. – № 22. – С. 32–39.

7. Богданов Г.И., Ткаченко С.С., Шильман С.А. Опорные части мостов: учеб. пособие для студентов вузов / Петерб. гос. ун-т путей сообщения. – СПб., 2006. – Ч. 1. – 32 с.

8. О систематизации нанонаполнителей полимерных композитов / А.П. Краснов, В.Н. Адери́ха, О.В. Афоничева [и др.] // *Трение и износ*. – 2010. – № 1(31). – С. 93–108.

9. Role of micro- and nanofillers in abrasive wear of composites based on ultrahigh molecular weight polyethylene / S.V. Panin, L.A. Kornienko, Nguyen Xuan Thuc, L.R. Ivanova, S.V. Shil'ko // *Advanced Materials Research*. – 2014. – № 1040. – С. 148–154.

10. Износостойкость композитов на основе сверхвысокомолекулярного полиэтилена, наполненных микрочастицами графита и дисульфида молибдена / С.В. Панин, Л.А. Корниенко, Т. Нгуен суан, Л.Р. Иванова, М.А. Полтаранин, С.В. Шилько // *Трение и износ*. – 2014. – Т. 35, № 4. – С. 444–452.

11. Шилько С.В., Черноус Д.А., Панин С.В. Метод определения термовязкоупругих параметров полимеров и эластомеров // *Инженерно-физический журнал*. – 2014. – Т. 87, № 4. – С. 949–952.

12. Шилько С.В., Черноус Д.А. Модифицированная модель Такаянаги деформирования дисперсно-наполненных композитов. Ч. 4. Гиперупругость и пластическое течение // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2014. – Т. 20, № 3. – С. 403–413.

13. Исследование напряженно-деформированного состояния дисперсно-наполненного полимерного композита с использованием объемных моделей / А.С. Жарков, И.И. Анисимов, А.В. Щемелинин, С.А. Бочкарева, Б.А. Люкшин, Р.А. Загородников // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2012. – Т. 18, № 1. – С. 16–34.

14. Влияние деформационно-прочностных свойств структурных элементов на характеристики дисперсно-наполненных композиций / И.А. Дашук, Б.А. Люкшин, П.А. Люкшин, Н.Ю. Матолыгина // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2004. – Т. 10, № 3. – С. 366–384.

15. Erratum to: Evaluation of rheological and thermal properties of a new fluorocarbon surfactant–polymer system for eor applications in high-temperature and high-salinity oil reservoirs / Muhammad Shahzad Kamal, Abdullah Saad Sultan, Usamah A. Al-Mubaiyedh, Ibelwaleed A. Hussein, Pabon M. // *J. Surfact Deterg.* – 2014. – № 17. – P. 985–993.

16. Адамов А.А. Экспериментальное обеспечение и идентификация модели изотропного тела с упругой объемной сжимаемостью дисперсно наполненных композитов на основе фторопласта и сверхвысокомолекулярного полиэтилена // Конструкции из композиционных материалов. – 2013. – № 2. – С. 28–37.

17. Каменских А.А., Адамов А.А. Численное исследование сферического контактного узла с полимерной антифрикционной прослойкой // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2012. – № 3–2. – С. 48–55.

18. Каменских А.А., Труфанов Н.А. Численный анализ напряженного состояния сферического контактного узла с прослойкой из антифрикционного материала // Вычислительная механика сплошных сред. – 2013. – Т. 6, № 1. – С. 54–61.

19. Kamenskih A.A., Trufanov N.A. Regularities interaction of elements contact spherical unit with the antifrictional polymeric interlayer // Friction and Wear. – 2015. – Т. 36, № 2. – P. 170–176.

### References

1. Rakowski W.A., Zimowski S. Polyesterimide composites as a sensor material for sliding bearings. *Composites: Part B engineering*, 2006, vol. 37, pp. 81–88.

2. Zernin M.V., Mishin A.V., Rybkin N.N., Shil'ko S.V. *Gidrodinamicheskii analiz podshipnikov skol'zheniia. Chast'. 1. Uchet netsilindrichnosti rabochikh poverkhnostei* [Hydrodynamic analysis of bearings of sliding. Part. 1. Accounting of non-cylindricity of working surfaces]. *Trenie i iznos*, 2014, vol. 35, no. 5, pp. 584–595.

3. Pnchuk L.S., Nikolaev V.I., Tsvetkova E.A., Goldade V.A. *Tribology and biophysics of artificial joints*. Elsevier, 2006, 350 p.

4. Argatov I. A general solution of the axisymmetric contact problem for biphasic cartilage layers. *Mechanics Research Communications*, 2011, no. 38, pp. 29–33.

5. Tukashev Zh.B., Adilkhanova L.A. *Issledovanie napriazhenno-deformirovannogo sostoiianiia dorozhnogo pokrytiia* [Research of the intense deformed condition of a paving]. *Geologiya, geografiia i global'naiia energiya*, 2010, no. 2, pp. 163–166.

6. Veretel'nik O.V., Tkachuk N.A., Belik S.Iu. *Kontaktnoe vza-imodeistvie porshnia s gal'vano-plazmennoi obrabotkoi bokovoi po-verkhnosti so stenkami tsilindra DVS* [Contact interaction of the piston with galvano-plasma processing of a side surface with walls of the cylinder of the Internal combustion engine]. *Vestnik natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta «Khar'kovskii Politekhnicheskii Institut»*. *Mashinovedenie i Sistemy Avtomatizirovannogo Proizvodstva*, 2012, no. 22, pp. 32–39.

7. Bogdanov G.I., Tkachenko S.S., Shul'man S.A. *Opornye chasti mostov: uchebnoe. posobie dlia studentov vuzov* [Basic parts of bridges: studies benefit for students of higher education institutions]. *Peterburgskii gosudarstvennyi universitet putei soobshcheniia*, Saint Petersburg., 2006, part 1, 32 p.

8. Krasnov A.P., Aderikha V.N., Afonicheva O.V. *O sistematizatsii nanonapolnitelei polimernykh kompozitov* [About systematization of nanofillers of polymeric composites]. *Trenie i iznos*, 2010, no. 1(31), pp. 93–108.

9. Panin S.V., Kornienko L.A., Nguyen Xuan Thuc, Ivanova L.R., Shil'ko S.V. *Role of micro- and nanofillers in abrasive wear of composites based on ultra-high molecular weight polyethylene*. *Advanced Materials Research*, 2014, no.1040, pp. 148–154.

10. Panin S.V., Kornienko L.A., T. Nguen suan, Ivanova L.R., Poltaranin M.A., Shil'ko S.V. Iznosostoičnost' kompozitov na osnove sverkhvysokomolekuliarnogo poli-etilena, napolnennykh mikrochastitsami grafita i disulfida molibdena [Wear resistance of the composites on the basis of extremely-macromolecular polyethylene filled with microparticles of graphite and a disulfide of molybdenum]. *Trenie i iznos*, 2014, vol. 35, no. 4, pp. 444–452.

11. Shil'ko S.V., Chernous D.A., Panin S.V. Metod opredeleniia termoviazkou-prugikh parametrov polimerov i elastomerov [Method of determination of thermoviscoelastic parameters of polymers and elastomers]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*, 2014, vol. 87, no. 4, pp. 949–952.

12. Shil'ko S.V., Chernous D.A. Modifitsirovannaia model' Takaianagi deformirovaniia dispersno-napolnennykh kompozitov. Ch. 4. Gi-peruprugost' i plasticheskoe techenie [The modified model of Takayanagi of deformation of the disperse filled composites. Part 4. Hyper elasticity and plastic current]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktсии*, 2014, vol. 20, no. 3, pp. 403–413.

13. Zharkov A.S., Anisimov I.I., Shchemelinin A.V., Bochkareva S.A., Liukshin B.A., Zagorodnikov R.A. Issledovanie napriazhenno-deformirovannogo sostoianiia dispersno napolnennogo polimernogo kompozita s ispol'zovaniem ob'emnykh modelei [Research of the intense deformed state dispersno the filled polymeric composite with use of volume models]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktсии*, 2012, vol. 18, no. 1, pp. 16–34.

14. Dashuk I.A., Liukshin B.A., Liukshin P.A., Matolygina N.Iu. Vliianie deformatsionno-prochnostnykh svoistv strukturnykh elementov na kharakteristiki dispersno napolnennykh kompozitsii [Influence of deformation and strength properties of structural elements on characteristics dispersno the filled compositions]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktсии*, 2004, vol. 10, no. 3, pp. 366–384.

15. Muhammad Shahzad Kamal, Abdullah Saad Sultan, Usamah A. Al-Mubaiyedh, Ibelwaleed A. Hussein, Pabon M. Erratum to: Evaluation of rheological and thermal properties of a new fluorocarbon surfactant–polymer system for eor applications in high-temperature and high-salinity oil reservoirs. *J. Surfact Deterg*, 2014, no. 17, pp. 985–993.

16. Adamov A.A. Eksperimental'noe obespechenie i identifi-katsiia modeli izotropnogo tela s uprugoi ob'emnoi szhimaemost'iu dispersno napolnennykh kompozitov na osnove ftoroplasta i sverkh-vysokomolekuliarnogo polietilena [Experimental providing and identification of model of an isotropic body with elastic volume compressibility dispersno the filled composites on the basis of a ftoroplast and extremely-macromolecular polyethylene]. *Konstruktсии iz kompozitsionnykh materialov*, 2013, no. 2, pp. 28–37.

17. Kamenskikh A.A., Adamov A.A. Chislennoe issledovanie sfericheskogo kontaktного узла s polimernoi antifriktsionnoi pro-sloikoi [Numerical research of spherical contact knot with a polymeric antifrictional layer]. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii*, 2012, no. 3–2, pp. 48–55.

18. Kamenskikh A.A., Trufanov N.A. Chislennyi analiz napria-zhennogo sostoianiia sfericheskogo kontaktного узла s prosloikoi iz antifriktsionnogo materiala [The numerical analysis of tension of spherical contact knot with a layer from antifrictional material]. *Vychislitel'naia mekhanika sploshnykh sred*, 2013, vol. 6, no. 1, pp. 54–61.

19. Kamenskih A.A., Trufanov N.A. Regularities interaction of elements contact spherical unit with the antifrictional polymeric interlayer. *Friction and Wear*, 2015, vol. 36, no. 2, pp. 170–176.

Получено 10.10.2016

#### **Об авторах**

**Каменских Анна Александровна** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета; e-mail: anna\_kamenskih@mail.ru.

**Парахина Дарья Дмитриевна** (Пермь, Россия) – студентка Пермского национального исследовательского политехнического университета; e-mail: vmm@pstu.ru.

#### **About the authors**

**Anna A. Kamenskikh** (Perm, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Computational Mathematics and Mechanics, Perm National Research Politechnic University; e-mail: anna\_kamenskih@mail.ru.

**Dariya D. Parahina** (Perm, Russian Federation) – Student, Perm National Research Politechnic University; e-mail: vmm@pstu.ru.