DOI: 10.15593/2224-9877/2015.4.01
УДК 531.717

П.Ю. Бочкарев, О.В. Захаров, Е.П. Решетникова

Саратовский государственный технический университет
им. Ю.А. Гагарина, г. Саратов, Россия

КОНТРОЛЬ СФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА КООРДИНАТНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАШИНАХ ПО МИНИМУМУ ИЗМЕРЯЕМОГО ОБЪЕМА

Сфера представляет собой геометрическое место точек, равноудаленных от ее центра. Контроль сферических поверхностей необходим для деталей сферических подшипников авиационной промышленности, крупногабаритных деталей машиностроения со сферическими поверхностями.

С целью улучшения качества выпускаемых изделий совершенствуют как обрабатывающее оборудование, так и методы контроля изделий. Машиностроительное производство постепенно переходит от простейших средств измерения к координатно-измерительным машинам (КИМ), которые позволяют в автоматическом режиме определять геометрические отклонения от заданных размеров и формы деталей. Они имеют сложное конструктивное исполнение и мощное математическое, алгоритмическое и программное обеспечение.

В связи с этим актуальной будет задача разработки методики автоматизированного контроля, не зависящей от числа контролируемых точек и их расположения на поверхности. Также на первый план выходит проблема обеспечения производительности контроля. Цель работы заключается в поиске наиболее оптимального метода обработки результатов координатных измерений сферических поверхностей на КИМ.

В процессе работы были проанализированы возможные алгоритмы решения и нахождения сферы. Проведенный анализ показал, что наиболее производительным и оптимальным методом обработки результатов координатных измерений сферических поверхностей является так называемый метод сферы минимального объема.

По результатам исследования представлена методика автоматизированной оценки сферичности на основе использования минимума измеряемого объема сферических поверхностей.

Ключевые слова: контроль, сферическая поверхность, геометрические характеристики поверхности, оценка показателя «сферичности», метод сферы минимального объема, мобильные координатно-измерительные машины, автоматизация процесса измерений, оптимальное количество точек, математические модели, алгоритм измерений.

P.Iu. Bochkarev, O.V. Zakharov, E.P. Reshetnikova

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov,
Saratov, Russian Federation

CONTROL SPHERICAL SURFACE ON COORDINATE-MEASUREMENT MACHINES BY MINIMUM MEASUREMENT VOLUME

Sphere is the locus of points equidistant from its center. Control spherical surfaces required for parts of spherical bearings for aviation industry, large parts of machinery with spherical surfaces.

With the aim of improving the quality of products are improving, as processing equipment, and control methods of products. Manufacturing is gradually moving from the simplest means of measurement for coordinate measuring machines (CMMS), which allow to automatically identifying geometrical deviations from specified dimensions and form of the parts. They have sophisticated design and powerful mathematical, algorithmic and software.

Therefore, an important task will be the development of techniques for automated control, independent of the number of measurement points and their arrangement on the surface. Also to the fore the problem of providing performance control. The purpose of work consists in finding the most optimal method of processing the results of coordinate measurements of spherical surfaces on a CMM.

In the process, we analyzed the possible algorithms for solving and finding areas. The analysis showed that the most efficient and optimal method of processing the results of coordinate measurements of spherical surfaces is the so-called method of the sphere of minimum volume.

By results of research the technique of the automated estimation of sphericity on the basis of the minimum measured volume of spherical surfaces.

Keywords: control, spherical surface, geometric surface characteristics, assessment of the indicator "sphericity", method of the sphere of minimum volume, mobile coordinate measuring machines, automation of the measurement process, optimal number of points, mathematical model, algorithm of measurements.

Для повышения качества выпускаемых изделий совершенствуют как обрабатывающее оборудование, так и методы контроля деталей. Машиностроительное производство постепенно переходит от простейших средств измерения к координатно-измерительным машинам (КИМ), которые позволяют в автоматическом режиме определять геометрические отклонения от заданных размеров и формы деталей.

Постоянное повышение требований к качеству сферических поверхностей в авиакосмической промышленности и приборостроении предъявляет новые требования к точности и достоверности контроля таких поверхностей на КИМ и обусловливает необходимость разработки новых методик для автоматизированного контроля. При этом в зависимости от изделий и условий производства предъявляются различные требования к точности и производительности контроля.

Авиационно-космическая отрасль предъявляет повышенные требования как к техническим характеристикам подшипников, так и их массовым параметрам. Так, в авиационных подшипниках применяют шарики со степенью точности 20 и более, у которых допуски не превышают: на диаметр – 1 мкм; сферичность – 0,5 мкм; волнистость – 0,05 мкм; шероховатость – 0,02 мкм [1]. Еще более высокие требования предъявляются к сферам приборов, например гироскопов [2, 3].

Основные термины и определения для геометрических характеристик изделий изложены в ГОСТ Р 53442–2009 и ISO 1101:2011. В них рассмотрены четыре типа геометрических элементов для контроля формы: круглость, плоскостность, цилиндричность, форма заданной поверхности. Указанные элементы являются комплексными. Отсутствие стандартизированного метода определения сферичности, привело к созданию множества методов и алгоритмов, эффективность использования которых на практике остается актуальной [4–7].

В стандартах для сферических поверхностей имеется комплексный показатель «сферичность», однако способ его определения не приводится. Предполагается, что сферичность находится на основе формы заданной поверхности. Вместе с тем для прецизионных поверхностей сфер, в том числе участков сфер, например полусфер деталей ротора гироскопа, контроль должен осуществляется с высокой точностью.

Ключевым вопросом при контроле и анализе результатов будет выбор базовой сферы. В качестве базы могут быть использованы: средняя, прилегающая (наружная или внутренняя), минимального объема. Рассмотрим последовательно алгоритмы поиска указанных базовых сфер.

Наиболее простым и математически однозначным является расчет средней сферы, построенной по методу наименьших квадратов (МНК). Этот подход в отсутствии стандартизованного метода обработки данных при контроле сферических поверхностей на координатно-измерительных машинах используют наиболее часто (рис. 1). Параметры сферы (координаты центра x_0, y_0, z_0 и радиус R) определяют на основе минимизации функционала Φ_1 вида [8]

$$\Phi_1(x_0, y_0, z_0, R) = \sum_{i=1}^{n} \left(\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} - R \right)^2, \qquad (1)$$

где n – число измеренных точек; x_i, y_i, z_i – декартовы координаты i-й измеренной точки поверхности.

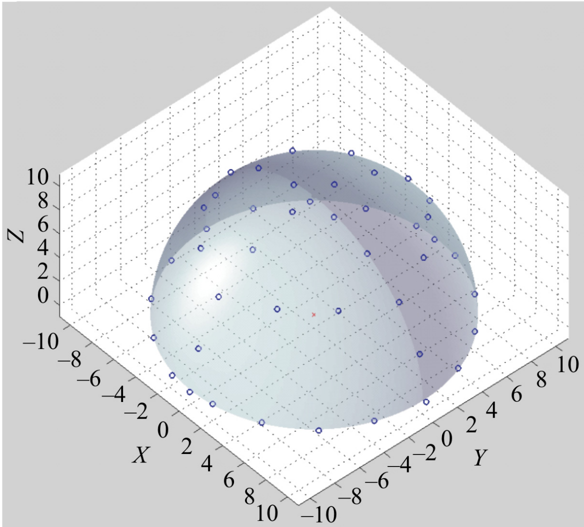

Рис. 1. Расчет средней сферы

По аналогии с формулами для круглости нами предложены для расчета средней сферы следующие формулы:

$$x_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i;\;\; y_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i;\;\; z_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_i;$$
$$R = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}. \tag{2}$$

Формулы (2) справедливы только при условии равномерного расположения измеренных точек на поверхности относительно неизвестного центра. В случае контроля небольшого сегмента сферы их результаты не будут отвечать геометрическому смыслу, поэтому их целесообразно использовать в качестве начального приближения при минимизации функционала (1).

Задачу поиска прилегающей сферы предлагается решать, руководствуясь следующими соображениями. Согласно определению, сфера представляет собой геометрическое место точек, равноудаленных от ее центра. Из аналитической геометрии известно, что необходимое и достаточное число точек для однозначного определения сферы – четыре, причем они не должны лежать в одной плоскости, а любые три из них – на одной прямой [9]. После этого проводится анализ координат остальных точек. Если все они находятся внутри или на поверхности сферы, т.е. их радиусы меньше или равны радиусу сферы, то поиск считается законченным. В противном случае осуществляют построение сферы по точкам, имеющим наибольшие радиусы.

Несмотря на простоту постановки задачи и ее несомненную практическую значимость, имеется множество вариантов решения на основе аналитической геометрии [10], поэтому актуальным будет нахождение алгоритма решения, наиболее пригодного для реализации на ЭВМ при анализе результатов координатных измерений.

Первым и наиболее очевидным является решение, при котором составляется система из четырех уравнений сферы для четырех точек 1, 2, 3, 4 с координатами (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3), (x_4, y_4, z_4). Неизвестными, подлежащими определению, будут координаты центра (x, y, z) и радиус сферы R. Указанная система нелинейных уравнений имеет вид

$$\left.\begin{aligned}(x_1-x)^2+(y_1-y)^2+(z_1-z)^2=R^2,\\(x_2-x)^2+(y_2-y)^2+(z_2-z)^2=R^2,\\(x_3-x)^2+(y_3-y)^2+(z_3-z)^2=R^2,\\(x_4-x)^2+(y_4-y)^2+(z_4-z)^2=R^2.\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Полученная система из четырех нелинейных уравнений (3) решается только численными методами, что обусловливает высокую трудоемкость.

Другой метод решения на основе положений аналитической геометрии построен на нахождении центра сферы как точки пересечения двух перпендикуляров к плоскостям, построенным по трем разным точкам, проведенных через центры окружностей, описанных вокруг этих точек. Таким образом, каждый перпендикуляр является геометрическим местом точек, равноудаленных от трех выбранных точек из исходных четырех. Пересечение же перпендикуляров определяет координаты (x, y, z) центра сферы как равноудаленные от всех четырех точек (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3), (x_4, y_4, z_4). Единственность также очевидна из построения.

Приведенный алгоритм требует выполнения громоздких преобразований для определения координат центров окружностей, проведенных через три точки. Известные формулы аналитической геометрии применимы для плоского случая, поэтому требуется построить плоскость по трем точкам, преобразовать координаты в эту плоскость, найти центр окружности, а затем сделать обратное преобразование координат в исходную декартову систему. Результат иллюстрирует рис. 2.

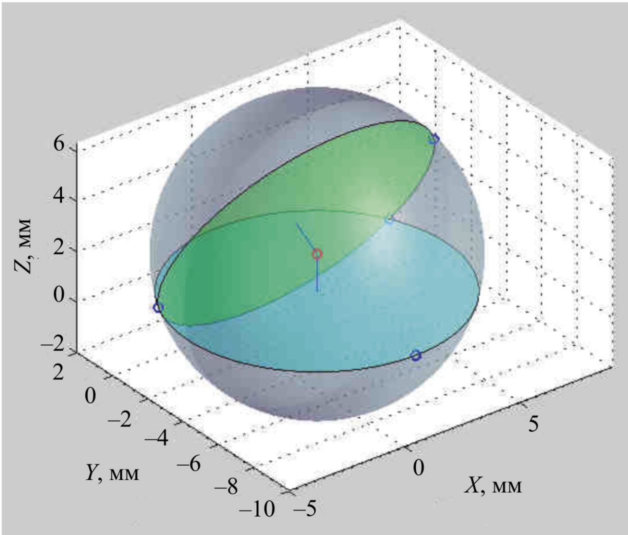

Рис. 2. Расчет прилегающей сферы (метод 1)

Еще один алгоритм заключается в определении сферы как описанной вокруг пирамиды (тетраэдра) с вершинами в точках 1, 2, 3, 4. Центром сферы будет точка пересечения четырех плоскостей, проходящих через середины ребер пирамиды перпендикулярно им. Для нахождения сферы следует сформировать два треугольника по трем различным точкам из четырех, а затем построить срединные перпендикуляры к плоскостям, в которых лежат треугольники (рис. 3). Несмотря на то что описанный метод сходен с предшествующим (пересечение двух плоскостей дает прямую, перпендикулярную плоскости и проходящую через центр описанной окружности по трем точкам), решение находится в виде системы четырех линейных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \\ A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0, \\ A_4x + B_4y + C_4z + D_4 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

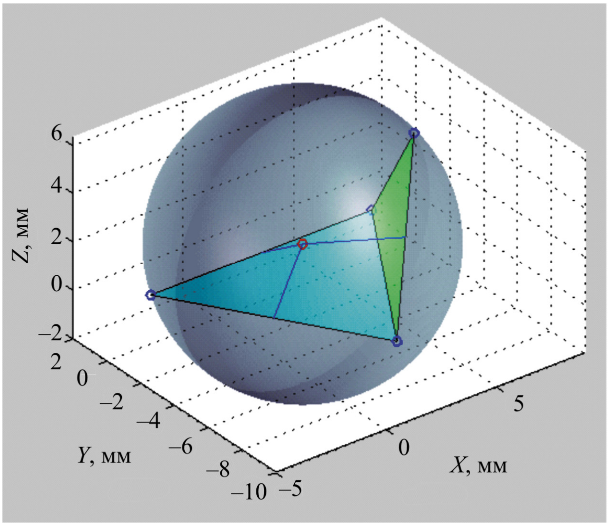

Рис. 3. Расчет прилегающей сферы (метод 2)

Коэффициенты A, B, C, D в уравнениях плоскостей находят из следующих соображений. Координаты направляющего вектора ребра пирамиды, проходящего через произвольные точки E (x_1, y_1, z_1), F (x_2, y_2, z_2):

$$\overrightarrow{EF} = \left((x_2 - x_1),(y_2 - y_1),(z_2 - z_1)\right).$$

Он же является нормальным вектором плоскости, проходящей через точку G (x_5, y_5, z_5), т.е. срединного перпендикуляра:

$$A\,(x - x_5) + B\,(y - y_5) + C\,(z - z_5) = 0.$$

После преобразований имеем следующие выражения:

$$A = x_2 - x_1;\; B = y_2 - y_1;\; C = z_2 - z_1;\; D = \frac{1}{2}\left(x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 + z_2^2 - z_1^2\right).$$

Решение имеется, если система (4) из четырех линейных уравнений с тремя неизвестными совместна. Для этого следует выполнить проверку по теореме Кронекера–Капелли. Анализ показал, что ранг основной матрицы равен рангу расширенной матрицы, поэтому можно одно из уравнений системы исключить.

Таким образом, рассмотренный алгоритм нахождения сферы по минимальному числу точек представляется наиболее эффективным для реализации при координатных измерениях.

Проведенные исследования показали, что самым производительным и оптимальным методом обработки результатов измерений сферических поверхностей является так называемый метод сферы минимального объема [11–14].

В случае так называемой сферы минимального объема, представляющей собой обобщенный случай окружности минимальной зоны, формируется функционал в виде минимума объема между двумя концентричными сферами (рис. 4):

$$\Phi_2(x_0, y_0, z_0) = \max \sum_{i=1}^{n} \left(\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} \right) - \\ - \min \sum_{i=1}^{n} \left(\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} \right)^2, \quad (5)$$

где n – число измеренных точек; x_i, y_i, z_i – декартовы координаты i-й измеренной точки поверхности.

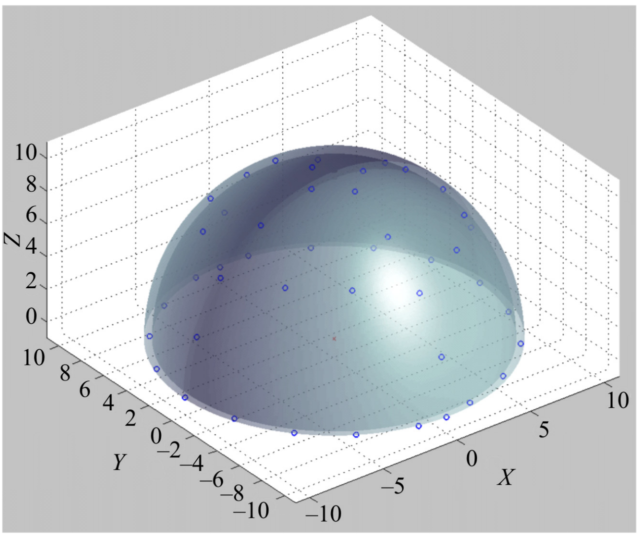

Рис. 4. Расчет сферы минимального объема

В качестве примера рассмотрим расчет сферичности по приведенным алгоритмам для трех примеров из источников [12–14]. Результаты приведены в таблице.

Анализ таблицы показал, что во всех примерах наилучший результат обеспечивает алгоритм сферы минимального объема.

Расчет параметров сфер – средней и минимального объема

Расчетные параметры, мм	Средняя сфера	Сфера минимального объема
Пример 1 [12]		
Координата центра *X*	0,000599	0,0033388
Координата центра *Y*	–0,002880	0,0034776
Координата центра *Z*	–0,000022	–0,0003938
Сферичность	0,010070	0,0097278
Пример 2 [13]		
Координата центра *X*	0,000856	0,0025090
Координата центра *Y*	–0,000373	0,0000955
Координата центра *Z*	0,000785	0,0004803
Сферичность	0,00848	0,0076579
Пример 3 [14]		
Координата центра *X*	–0,000117	0,0002129
Координата центра *Y*	–0,000290	0,00035199
Координата центра *Z*	0,007888	0,01174948
Сферичность	0,016414	0,0153854

Таким образом, представлена методика автоматизированной оценки сферичности на основе использования минимума измеряемого объема сферических поверхностей, что позволяет эффективно оценить точность изготовления заданных геометрических параметров поверхности.

Список литературы

1. Керамические тела качения перспективных шарикоподшипников: материал, технология изготовления и механическая обработка, расчеты и испытания / Т.Д. Каримбаев, М.А. Мезенцев, А.И. Алферов, С.К. Гордеев // Композиты и наноструктуры. – 2010. – № 2. – С. 12–27.

2. Меркурьев И.В. Влияние неравномерной толщины полусферического резонатора на точность волнового твердотельного гироскопа // Гироскопия и навигация. – 2005. – № 3. – С. 16–22.

3. Лунин Б.С., Шарипова Н.Н., Завадская Э.А. Влияние параметров полусферического резонатора на дрейф волнового твердотельного гироскопа // Известия вузов. Приборостроение. – 2004. – № 2. – С. 31–35.

4. Development of a roundness measuring system for microspheres / Kuang-Chao Fan, Zhi-Wei Wang, Na Wang, Hui Zhang // Measurement Science and Technology. – 2014. – Vol. 25, № 6. – P. 64009–64018.

5. Осипович Д.А., Ярушин С.Г. Выбор метода оцифровки для контроля геометрии крупногабаритных сложнопрофильных деталей и узлов авиационных двигателей // Молодой ученый. – 2014. – № 1. – С. 103–110.

6. Rossi A., Chiodi S., Lanzetta M. Minimum centroid neighborhood for minimum zone sphericity // Precision Engineering. – 2014. – Vol. 38. – P. 337–347.

7. Бочкарев П.Ю., Захаров О.В., Решетникова Е.П. Методика координатного измерения сферических поверхностей // Научные труды SWorld. – 2013. – Вып. 3, т. 9. – С. 28–31.

8. Курносенко А.И. Об алгоритмах обработки координатных измерений круглых профилей и сферических поверхностей // Измерительная техника. – 1992. – № 1. – С. 25–27.

9. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1966. – 272 с.

10. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 430 с.

11. Джунковский А.В., Суслин В.П., Холодов Д.А. Определение оптимального количества точек при измерении колец подшипников качения на координатно-измерительных машинах / Автомобиле- и тракторостроение в России: Приоритеты развития и подготовка кадров: материалы 77-й Междунар. науч.-техн. конф. ААИ. – М.: Изд-во МГТУ «МАМИ», 2012. – С. 62–67.

12. Cha’o-Kuang Chen, Chien-Hong Liu. A study on analyzing the problem of the spherical form error // Precision Engineering. – 2000. – Vol. 24. – P. 119–126.

13. Kuang-Chao Fan, Ji-Chun Lee. Analysis of minimum zone sphericity error using minimum potential energy theory // Precision Engineering. – 1999. – Vol. 23. – P. 65–72.

14. An intersecting chord method for minimum circumscribed sphere and maximum inscribed sphere evaluations of sphericity error / Liu Fei, Xu Guanghua, Zhang Qing, Liang Lin, Liu Dan // Measurement Science and Technology. – 2015. – Vol. 26, № 11. – P. 115005–115016.

References

1. Karimbaev T.D., Mezentsev M.A., Alferov A.I., Gordeev S.K. Keramicheskie tela kacheniia perspektivnykh sharikopodshipnikov: material, tekhnologiia izgotovleniia i mekhanicheskaia obrabotka, raschety i ispytaniia [Ceramic rolling element bearings perspective: the material, manufacturing technology and machining, calculations and tests]. *Kompozity i nanostruktury*, 2010, no. 2, pp. 12-27.

2. Merkur'ev I.V. Vliianie neravnomernoi tolshchiny polusfericheskogo rezonatora na tochnost' volnovogo tverdotel'nogo giroskopa [Effect of non-

uniform thickness of the hemispherical resonator gyro accuracy wave]. *Giroskopiia i navigatsiia*, 2005, no. 3, pp. 16-22.

3. Lunin B.S., Sharipova N.N., Zavadskaia E.A. Vliianie parametrov polusfericheskogo rezonatora na dreif volnovogo tverdotel'nogo giroskopa [Influence of parameters of hemispherical resonator drift hemispherical resonator gyro]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie*, 2004, no. 2, pp. 31-35.

4. Kuang-Chao Fan, Zhi-Wei Wang, Na Wang, Hui Zhang. Development of a roundness measuring system for microspheres. *Measurement Science and Technology*, 2014, vol. 25, no. 6, pp. 64009-64018.

5. Osipovich D.A., Iarushin S.G. Vybor metoda otsifrovki dlia kontrolia geometrii krupnogabaritnykh slozhnoprofil'nykh detalei i uzlov aviatsionnykh dvigatelei [The choice of method for monitoring the digitization of large complex-geometry parts and components of aircraft engines]. *Molodoi uchenyi*, 2014, no. 1, pp. 103-110.

6. Rossi A., Chiodi S., Lanzetta M. Minimum centroid neighborhood for minimum zone sphericity. *Precision Engineering*, 2014, vol. 38, pp. 337-347.

7. Bochkarev P.Iu., Zakharov O.V., Reshetnikova E.P. Metodika koordinatnogo izmereniia sfericheskikh poverkhnostei [Method of coordinate measuring spherical surfaces]. *Nauchnye trudy SWorld*, 2013, iss. 3, vol. 9, pp. 28-31.

8. Kurnosenko A.I. Ob algoritmakh obrabotki koordinatnykh izmerenii kruglykh profilei i sfericheskikh poverkhnostei [Algorithms for processing coordinate measuring round sections and spherical surfaces]. *Izmeritel'naia tekhnika*, 1992, no. 1, pp. 25-27.

9. Privalov I.I. Analiticheskaia geometriia [Analytic geometry]. Moscow: Nauka, 1966. 272 p.

10. Samarskii A.A., Gulin A.V. Chislennye metody [Numerical methods]. Moscow: Nauka, 1989. 430 p.

11. Dzhunkovskii A.V., Suslin V.P., Kholodov D.A. Opredelenie optimal'nogo kolichestva tochek pri izmerenii kolets podshipnikov kacheniia na koordinatno-izmeritel'nykh mashinakh [Determining the optimal number of points in the measurement of the rings of rolling bearings on coordinate measuring machines]. *Materialy 77i mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii “Avtomobile- i traktorostroenie v Rossii: Prioritety razvitiia i podgotovka kadrov»*. Moskovskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet (Moskovskii avtomekhanicheskii institut), 2012, pp. 62-67

12. Cha’o-Kuang Chen, Chien-Hong Liu. A study on analyzing the problem of the spherical form error. *Precision Engineering*, 2000, vol. 24, pp. 119-126.

13. Kuang-Chao Fan, Ji-Chun Lee. Analysis of minimum zone sphericity error using minimum potential energy theory. *Precision Engineering*, 1999, vol. 23, pp. 65-72.

14. Liu Fei, Xu Guanghua, Zhang Qing, Liang Lin, Liu Dan. An intersecting chord method for minimum circumscribed sphere and maximum inscribed sphere evaluations of sphericity error. *Measurement Science and Technology*, 2015, vol. 26, no. 11, pp. 115005-115016.

Получено 28.10.2015

Об авторах

Бочкарев Петр Юрьевич (Саратов, Россия) – доктор технических наук, заведующий кафедрой «Проектирование технических и технологических комплексов» Саратовского государственного технического университета им. Ю.А. Гагарина; e-mail: zov20@mail.ru.

Захаров Олег Владимирович (Саратов, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Проектирование технических и технологических комплексов» Саратовского государственного технического университета им. Ю.А. Гагарина; e-mail: zov20@mail.ru.

Решетникова Евгения Павловна (Саратов, Россия) – аспирант кафедры «Проектирование технических и технологических комплексов» Саратовского государственного технического университета им. Ю.А. Гагарина; e-mail: purpose22@mail.ru.

About the authors

Petr Iu. Bochkarev (Saratov, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Head of Department “Design of Technical and Technological Complexes”, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov; e-mail: zov20@mail.ru.

Oleg V. Zakharov (Saratov, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department “Design of Technical and Technological Complexes”, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov; e-mail: zov20@mail.ru.

Evgeniia P. Reshetnikova (Saratov, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department “Design of Technical and Technological Complexes”, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov; e-mail: purpose22@mail.ru.