

УДК 372.853+372.862+531.396+534.014.4+534.015.1

А.В. Периг, Е.А. Чурилов, А.Н. Стадник, А.А. Костиков
A.V. Perig, E.A. Churilov, A.N. Stadnik, A.A. Kostikov

Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск, Украина
Donbass State Engineering Academy, Kramatorsk, Ukraine

**О СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ПРЕПОДАВАНИЯ
ВОПРОСОВ ДИНАМИКИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ
В КУРСЕ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО
ВУЗА. ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ
К ИЗЛОЖЕНИЮ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ**

**THE WAYS OF IMPROVEMENT OF RELATIVE MOTION
DYNAMICS TEACHING IN CLASSICAL MECHANICS COURSE
FOR TECHNICAL UNIVERSITY STUDENTS.
ELECTROMECHANICAL ANALOGIES INTRODUCTION
TO LINEARIZED MODELS` EXPLANATION**

Вопросы преподавания динамики относительного движения проиллюстрированы в рамках практически важной задачи о раскачивании груза при равномерном повороте стрелы крана. Линеаризованная постановка данной задачи реализована для студентов втуза с применением открытого программного обеспечения GNU Scilab. Показаны преимущества новой методики изложения материала по сравнению с классическим подходом.

Ключевые слова: преподавание механики, метод электромеханических аналогий, Scilab, Xcos, открытое программное обеспечение, имитационное моделирование.

The teaching questions of relative motion dynamics have been outlined through the introduction of practical load swaying problem during uniform crane boom rotation. The linearized model of the swaying problem has been illustrated for technical university students through GNU Scilab software application. The advantages of the new teaching techniques in comparison with the classical ones have been shown.

Keywords: mechanics teaching, electromechanical analogies, Scilab, Xcos, open source software, simulation technique.

Требования Болонского процесса в национальных вузах приводят к системному дефициту аудиторного времени. Использование проприетарного коммерческого программного обеспечения (ПО) осложнено недостаточным финансированием. На сегодняшний день актуальным становится применение открытых программных продуктов. Функциональные возможности GNU Free and Open Source Software (FOSS) мало чем уступают достаточно дорогому коммерческому ПО [1]. Вышеизложенные тенденции обуславливают актуальность внедрения FOSS в учебный процесс, особенно на этапе численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и систем ОДУ в форме задачи Коши. Одним из первых применений ОДУ является решение второй или обратной задачи динамики в курсе классической механики вуза.

При изучении курса теоретической механики студентами выполняются курсовые работы по сборникам заданий [2]–[3]. Задача о динамике относительного движения точки в [2] поставлена в рамках рассмотрения моделей с одной степенью свободы. Это приводит к тому, что в сборнике [2] даламберова сила инерции от кориолисова ускорения влияет только на величину бокового давления и, в ряде случаев, на силу сухого трения при взаимодействии материальной точки со стенками канала.

Повышение эффективности преподавания вопросов динамики относительного движения приводит к необходимости рассмотрения со студенческой аудиторией как минимум трехмерных задач, в которых одна степень свободы отвечает за переносное движение, а относительное движение имеет две степени свободы. По сравнению с одномерными моделями это приводит к изменению вида относительной траектории, частоты, амплитуды и периода дополнительных высокочастотных колебаний относительного и абсолютного движений сферического маятника. В работах А.В. Перига и др. [4] и А.Н. Стадника и др. [5] были получены линеаризованные ОДУ относительных колебаний сферического маятника, прикрепленного к стреле крана, которая вращается с постоянной угловой скоростью переносного движения. И.В. Новожилов и др. [3] при исследовании относительного движения материальной точки по лопатке турбомшины получили и численно интегрировали аналогичные ОДУ, структура и вид которых определяются переносной силой инерции и силой инерции от кориолисова ускорения. М.А. Павловский [6] при изложении устойчивости гироскопического маятника привел и исследовал на устойчивость ОДУ гиромаятника той же структуры.

Целью настоящей работы является нахождение способа доступного изложения для студентов младших курсов вузов достаточно сложных вопросов динамики относительного движения механических систем с тремя степенями свободы без углубления в тонкости теоретической механики и теории

дифференциальных уравнений в рамках применения FOSS (рис. 1–4, Scilab-код, решающий систему (1)–(3)).

В [4, 5] показано, что в линеаризованной постановке относительное раскачивание груза при равномерном повороте стрелы крана на тросе постоянной длины может быть описано следующей системой ОДУ:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} - \left(\omega_e^2 - \left(\frac{g}{l} \right) \right) x - 2\omega_e \left(\frac{dy}{dt} \right) = 0, \\ \frac{d^2y}{dt^2} - \left(\omega_e^2 - \left(\frac{g}{l} \right) \right) y + 2\omega_e \left(\frac{dx}{dt} \right) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где x, y – относительные координаты раскачивающегося груза по отношению к вращающейся стреле крана; $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$ – компоненты относительной скорости груза; $\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}$ – компоненты относительного ускорения груза; ω_e – постоянная переносная угловая скорость вращения стрелы; g – ускорение свободного падения; l – фиксированная длина троса.

Достаточно простая структура системы ОДУ (1) позволяет широко использовать ее в учебном процессе втуза для иллюстрации промышленно важных задач динамики относительного движения.

Из физических соображений задача Коши для системы ОДУ (1) может быть поставлена для следующих начальных условий:

$$\begin{cases} x(0) = 0, \\ \frac{dx}{dt}(0) = +\omega_e R, \\ y(0) = -y_{\text{dyn}}, \\ \frac{dy}{dt}(0) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где R – фиксированная длина вылета стрелы крана; y_{dyn} – динамическое отклонение раскачивающегося груза от положения статического равновесия при равномерном вращении крана.

Абсолютная траектория раскачивающегося груза при равномерном повороте стрелы крана может быть получена после решения системы (1)–(2) посредством применения следующих формул перехода:

$$\begin{cases} x_2 = (R + y_{\text{dyn}} + y) \cos(\varphi_e) + x \sin(\varphi_e), \\ y_2 = (R + y_{\text{dyn}} + y) \sin(\varphi_e) - x \cos(\varphi_e), \end{cases} \quad (3)$$

где φ_e – угол переносного поворота стрелы крана, $\varphi_e = \omega_e t$.

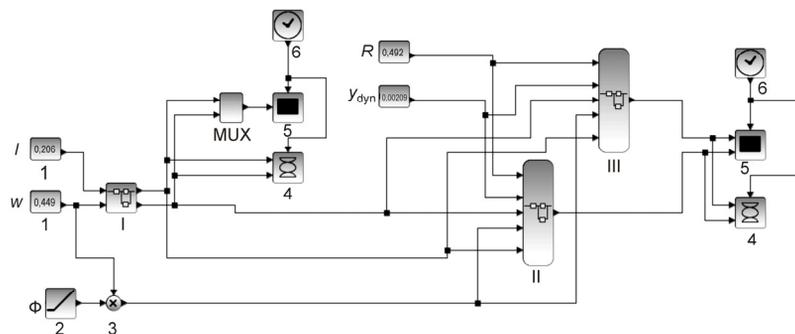


Рис. 1. Общий вид виртуальной аналоговой цепи, решающей систему (1)–(3)

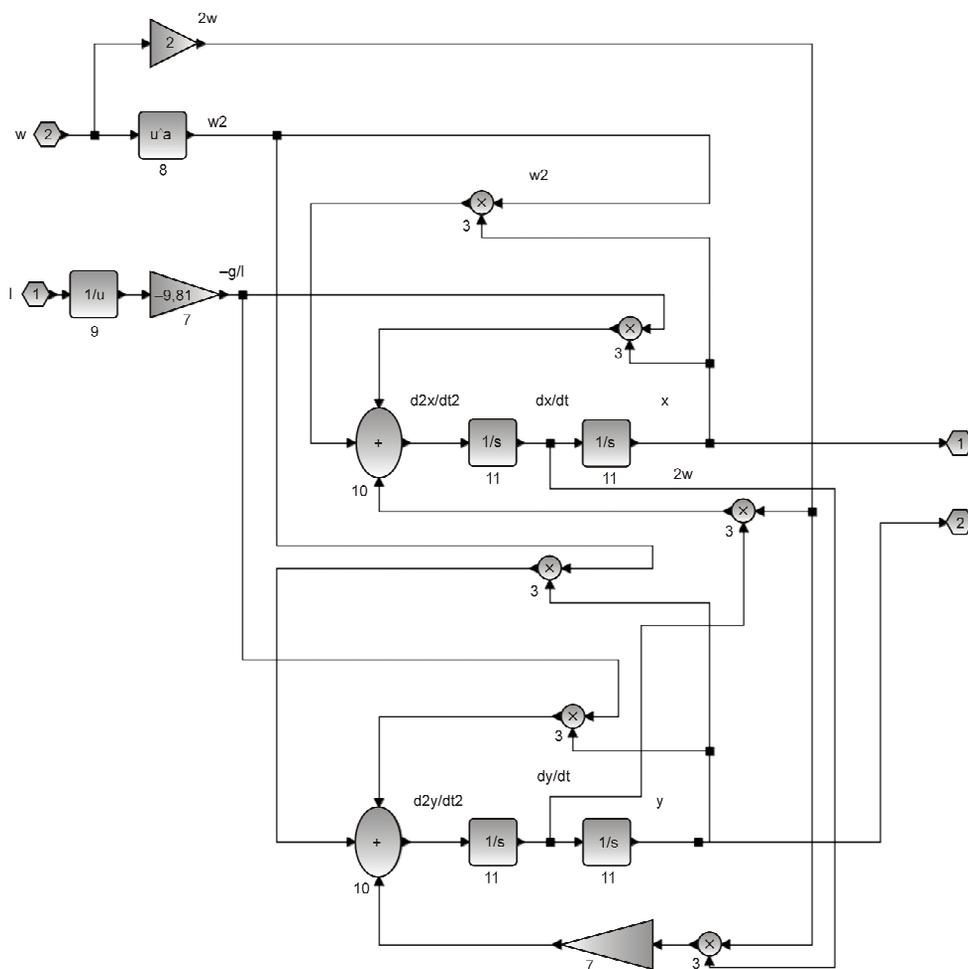


Рис. 2. Подсистема I рис. 1 для расчета относительных координат груза из системы (1)–(3)

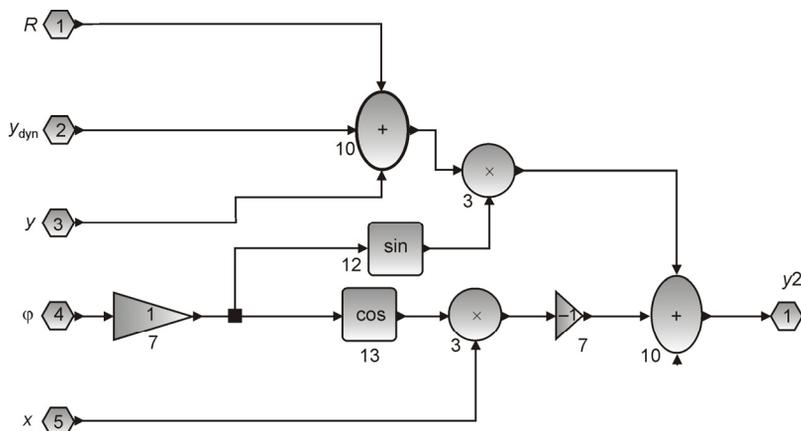


Рис. 3. Виртуальная аналоговая цепь, моделирующая первое уравнение системы (3) для нахождения абсолютной координаты груза x_2

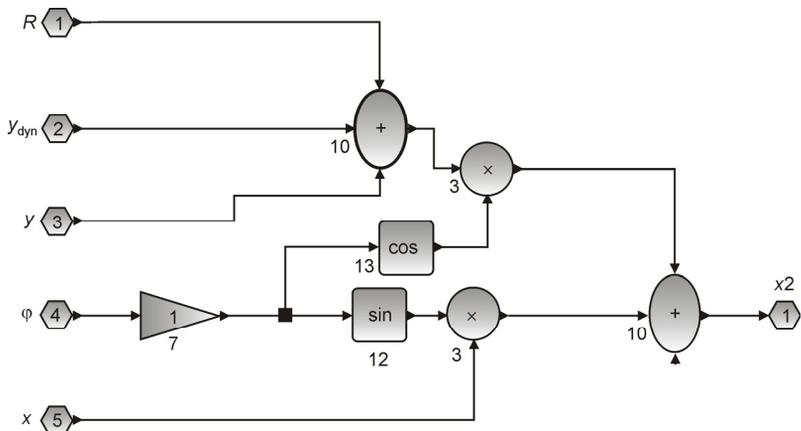


Рис. 4. Виртуальная аналоговая цепь, моделирующая второе уравнение системы (3) для нахождения абсолютной координаты груза y_2

В рамках проведения практических занятий проиллюстрируем студентам численное решение задачи Коши (1)–(3) для следующих значений параметров системы: $R = 0,492$ м; $g = 9,813$ м/с²; $l = 0,206$ м; $\omega_e = 0,449$ рад/с; $y_{dyn} = 0,002$ 09 м. В качестве расчетного инструмента воспользуемся как возможностями открытого ПО Scilab – Xcos, так и командным языком среды ПО Scilab. Виртуальная аналоговая схема Scilab – Xcos, моделирующая задачу Коши (1)–(3), представлена на рис. 1–4. Пример Scilab-скрипта, решающего задачу Коши (1)–(3), приведен ниже:

```

function dy=syst(t, y, omega, g1, l)
    dy=zeros(4,1);
    dy(1)=y(2);
    dy(2)=(omega^2-g1/l)*y(1)+2*omega*y(4);
    dy(3)=y(4);
    dy(4)=(omega^2-g1/l)*y(3)-2*omega*y(2);
endfunction
function ad_y=ab_syst(t, fi, x, y, R, y_din)
    ad_y=zeros(2,size(t, "c"));
    for i=1:size(t, "c")
        ad_y(1,i) = (R + y_din + y(1,i))*cos(fi(1,i)) + x(1,i) * sin(fi(1,i));
        ad_y(2,i) = (R + y_din + y(1,i))*sin(fi(1,i)) - x(1,i) * cos(fi(1,i));
    end
endfunction
background = [1,1,1];
omega=0.449;
g1=9.81;
l = 0.206;
R=0.492;
y_din=0.00182;
x0=[0;omega*R;-y_din;0];
t0=0;
t=0:0.01:14;
fi=t*omega;
y_exit=ode("rk", x0,t0,t,list(syst, omega, g1, l));
axis_y = y_exit(1,:);
axis_x = y_exit(3,:);
ab_syst_exit = ab_syst(t, fi, axis_x, axis_y, R, y_din);
plot(axis_y, axis_x, '-k');
set(gca(),"grid",[1 1]);
p = get("hdl");
p.children.thickness = 3;
set(gca),"data_bounds",matrix([-0.04,0.04,-0.04,0.04],2,-1));
figure("BackgroundColor", background);
plot(ab_syst_exit(1,:), ab_syst_exit(2,:), '--k');
set(gca),"grid",[1 1]);
p = get("hdl");
p.children.thickness = 3;
set(gca),"data_bounds",matrix([-0.6,0.6,-0.6,0.6],2,-1));

```

На аналоговой схеме на рис. 1–4 были использованы следующие элементы: 1 – обозначение блоков задания постоянных коэффициентов ω_e , l , R ; и y_{dyn} в системах (1)–(3); 2 – блок задания линейно нарастающего сигнала для угла поворота стрелы $\varphi_e = \omega_e t$, пропорциональный времени интегрирования t ;

3 – модель знака умножения в системе; 4 – блоки вывода относительной и абсолютной траекторий груза; 5 – блоки для построения зависимостей координат от времени, 6 – блок вывода управляющего дискретного времени. Также в данной модели присутствуют блоки I, II, III, которые являются подсистемами.

Подсистема I реализует аналоговую модель системы ОДУ (1), подсистема II реализует первое уравнение системы (3), подсистема III – второе уравнение системы (3). Вид аналоговой цепи подсистемы I изображен на рис. 2. Виды аналоговых цепей подсистем II и III изображены на рис. 3, 4.

Как в результате выполнения моделирования виртуальной аналоговой цепи на рис. 1–4 в системе Scilab – Xcos, так и в результате исполнения Scilab-скрипта в табл. 1 были получены графические окна (рис. 5, 6). На рис. 5 приведена траектория движения груза по отношению к вращающейся стреле, а на рис. 6 показана абсолютная траектория раскачивающегося груза (по отношению к связанной с Землей системе отсчета).

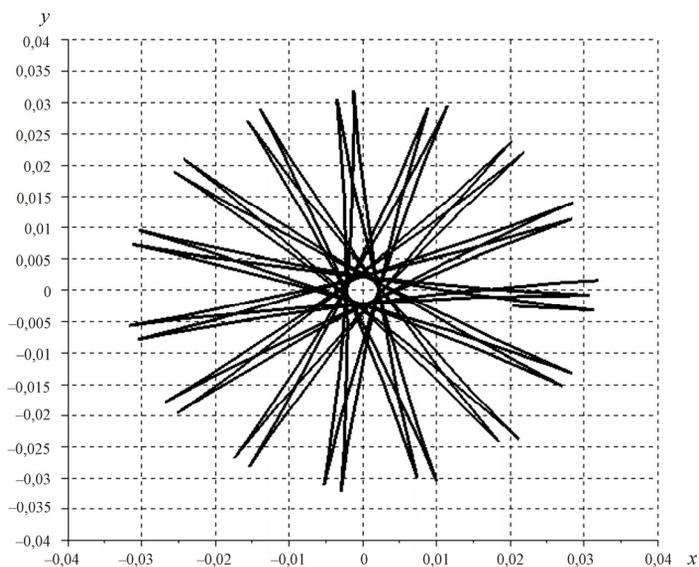


Рис. 5. Относительная траектория раскачивания груза

В рамках предложенной на рис. 1–6 Scilab-методики изложения не обязательно строить аналитическое решение задачи Коши (1)–(3). Отпадает необходимость в записи характеристического уравнения системы (1), определения его корней, т.е. собственных частот колебаний, определения собственных векторов и форм колебаний. Таким образом, изложение материала по механике становится доступным для широкой студенческой аудитории с различным уровнем математической подготовки.

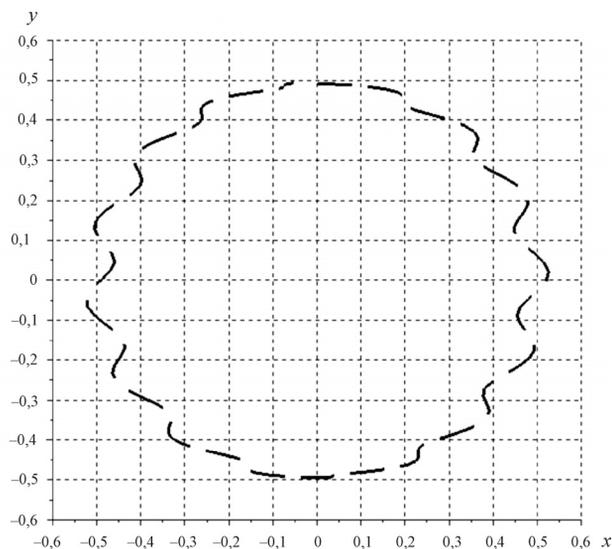


Рис. 6. Абсолютная траектория раскачивания груза

В то же время на основании анализа рис. 5, 6 достаточно строго студенты могут определить величины размахов колебательного процесса, амплитуды, частоты и периоды относительных и абсолютных колебаний.

Таким образом, изложение вопросов динамики для студентов вузов неразрывно связано с необходимостью моделирования технологических процессов с применением ОДУ. В условиях недостатка учебного времени на глубокое исследование указанных вопросов и при возрастающих требованиях к сложности решаемых учебных задач в программе подготовки будущих инженеров с использованием современных компьютерных технологий возникает необходимость пересмотра методики изложения общетехнических и профильных дисциплин. Недостаточное целевое финансирование на приобретение коммерческого ПО для вузов требует дополнительного пересмотра соответствующих учебных программ с целью их адаптации к существующему открытому бесплатному ПО. В рамках удовлетворения всех вышеперечисленных учебно-методических и организационно-методических требований возникает необходимость пересмотра методики преподавания на дневном и заочном отделениях вуза.

На примере имитационного моделирования колебания сферического маятника с подвижной точкой закрепления была решена учебная задача с двумя степенями свободы для относительного раскачивания груза при равномерном повороте стрелы крана. Избегая громоздких математических выкладок, в рамках применения свободного ПО Scilab-XCos и Scilab получили графики изменения относительных и абсолютных координат груза как функций вре-

мени, а также построили соответствующие траектории, что позволяет существенно расширить представления студенческой аудитории о динамике относительного движения сложных механических систем.

Список литературы

1. Периг А.В., Голоденко Н.Н. Элементы механики сплошных сред в курсе теоретической механики для инженеров-металлургов // Теоретическая механика: сб. науч.-метод. ст. / под ред. проф. Ю.Г. Мартыненко. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. – Вып. 28. – С. 37–52.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / под ред. А.А. Яблонского. – М.: Интеграл-Пресс, 2006. – 384 с.
3. Новожилов И.В., Зацепин М.Ф. Типовые расчеты по теоретической механике на базе ЭВМ: учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1986. – 136 с.
4. Павловський М.А. Теоретична механіка: підручник. – Київ: Техніка, 2002. – 512 с.
5. Сферические колебания груза на стальном канате при равномерном вращении стрелы крана / А.В. Периг, А.Н. Стадник, А.И. Дериглазов, С.В. Подлесный // Строительные и дорожные машины. – 2013. – № 6. – С. 35–40.
6. Стадник А.Н., Периг А.В., Дериглазов А.И. Применение относительных декартовых координат для сложного движения сферического маятника // Вестник СевНТУ: сб. науч. тр. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2013. – Вып. 137: Механика, энергетика, экология. – С. 24–31.

Получено 1.11.2013

Периг Александр Викторович – кандидат технических наук, доцент, Донбасская государственная машиностроительная академия (84313, Украина, Донецкая область, г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72, e-mail: olexander.perig@gmail.com).

Чурилов Евгений Андреевич – инженер, Донбасская государственная машиностроительная академия (84313, Украина, Донецкая область, г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72, e-mail: jedi8373@yandex.ru).

Стадник Александр Николаевич – старший преподаватель, Донбасская государственная машиностроительная академия (84313, Украина, Донецкая область, г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72, e-mail: anstadnik54@mail.ru).

Костиков Александр Анатольевич – кандидат физико-математических наук, доцент, Донбасская государственная машиностроительная академия (84313, Украина, Донецкая область, г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72, e-mail: al_kost_63@mail.ru).

Perig Alexander Viktorovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Donbass State Engineering Academy (84313, Ukraine, Donetsk Region, Kramatorsk, Shkadinova 72, e-mail: olexander.perig@gmail.com).

Churilov Evgeniy Andreyevich – Engineer, Donbass State Engineering Academy (84313, Ukraine, Donetsk Region, Kramatorsk, Shkadinova 72, e-mail: jedi8373@yandex.ru).

Stadnik Alexander Nikolaevich – Senior Lecturer, Donbass State Engineering Academy (84313, Ukraine, Donetsk Region, Kramatorsk, Shkadinova 72, e-mail: anstadnik54@mail.ru).

Kostikov Alexander Anatol'evich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Donbass State Engineering Academy (84313, Ukraine, Donetsk Region, Kramatorsk, Shkadinova 72, e-mail: al_kost_63@mail.ru).