

Е.К. Кривоносова, В.П. Первадчук

E.K. Krivonosova, V.P. Pervadchuk

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Perm National Research Polytechnic University

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНОГО ПОДХОДА ДЛЯ АНАЛИЗА СТАБИЛЬНОСТИ МНОГОУРОВНЕВЫХ СТРУКТУР

FRactal Approach to the Multilevel Structure Stability Analysis

Приведен литературный обзор исследований по методам анализа стабильности различных многоуровневых объектов, формирующихся в условиях непрерывного воздействия внешних факторов. Рассмотрен алгоритм фрактального анализа, позволивший установить единый численный параметр для описания структур, выявить связь фрактальной размерности с уровнем свойств. Указаны основные области использования фрактального анализа в материаловедении: исследование закономерностей структурообразования металлов, эволюция пористой структуры по глубине оксидированного покрытия. Показана возможность применения метода для прогнозирования и оценки степени стабильности динамических показателей экономических систем.

Ключевые слова: фрактальный анализ, стабильность динамических показателей, структуры сварных швов, оксидированные покрытия, поверхность излома.

The literature review of the research on methods for the analysis of the stability of various multi-level objects that are formed in a continuous exposure to external factors. The algorithm of fractal analysis, allowing to identify the relationship between the fractal dimension and properties level and established a unified numerical parameter to describe structures, is considered. Major areas of use of fractal analysis in materials science: Structure formation of metals, porous structure evolution by the depth of the oxidized coating, the possibility of application of the method to predict and evaluate the stability level of economic systems dynamic index.

Keywords: fractal analysis, structure of welding metal, fracture surface, oxidation coating, fracture surface.

Информационные свойства фрактальных моделей и теория фракталов в ее инженерном приложении показали высокую эффективность использования этой системы научных знаний в различных отраслях. К концу XX столетия во многих областях науки, совершенно различных по объектам исследования, типам данных и структуре обработки, накопились коррелирующие сведения о широкой распространенности в природе степенных закономерностей: например, закон Гуттенберга – Рихтера распределения землетрясений

по магнитуде, закон Зипфа зависимости населения городов от их ранга, $1/f$ - (фликкер-)шум, зависимости длины береговых линий или площади рельефов от величины измерителя и многие другие [1–6]. Выяснилось, что такие закономерности обусловлены нелокальностью взаимодействий в открытых системах, каковыми являются большинство наблюдаемых в естественных условиях систем. Многие наблюдаемые закономерности можно объяснить на основе фрактальных моделей процессов и явлений – фракталов в пространстве (материаловедение, машиностроение) и во времени (экономика, социология). Применение фрактальной геометрии к моделированию пространственных структур является наиболее популярным и интуитивно понятным и описано в большом количестве литературных источников, например [1, 2, 5]. Одной из главных черт фрактальных моделей является наличие в модельной системе связей всех имеющихся пространственных или временных масштабов.

В последние годы созданы новые материалы (аморфные, с памятью формы, наноматериалы) и новые технологии, связанные с неравновесными условиями получения материалов. Совместные исследования металловедов и физиков показали, что структуру таких материалов более информативно количественно описывать на основе фрактального подхода.

Понятие фрактала было введено Бенуа Мандельбротом [5]. Фракталы – фигуры, обладающие свойством самоподобия, или масштабной инвариантности, т.е. при любом увеличении соотношение между масштабом и каким-либо параметром фрактала постоянно и равно фрактальной размерности. Фрактальная размерность – величина дробная, в отличие от геометрической размерности. Фрактальный анализ в материаловедении – это математический алгоритм выявления единого численного параметра для описания многоуровневых структур, какими являются, в частности, структуры металлов, поверхности изломов, пористые структуры покрытий, зоны разрушения, структурные границы вязкохрупкого перехода и т.п.

В работах [7–15] применена теория фракталов к анализу структурообразования металлов при сварке. Сварной шов с позиций синергетики является типичной неравновесной системой, поскольку при сварке на кромки металла воздействуют высококонцентрированные источники энергии (т.е. система незамкнута, обмен энергией с внешней средой налицо), и, кроме того, кристаллизация металла шва идет при большом градиенте температур и малом времени. В связи с этим структуре шва должна быть присуща фрактальная размерность как характеристика областей локализации избыточной энергии, «закачиваемой в металл». При анализе структур сварных швов низкоуглеродистых сталей определенная трудность заключается в количественной оценке параметров видманштеттовой структуры, к которой не всегда можно корректно применить критерий «балл» зерна. Привлечение концепции фракталов позволило:

- количественно оценить степень однородности (дисперсности, фрагментарности) структуры металла сварных швов;
- связать структурные параметры с уровнем хладостойкости сварных швов;
- и в конечном счете, смоделировать влияние состава покрытия электродов на хладостойкость металла шва.

Успешный анализ управления структурообразованием с позиций теории фракталов дан и при более традиционных технологических процессах: различных видах термообработки, легировании, сверхбыстрой закалке и т.п. (работы Е. Федера, Р.М. Кроновева, В.С. Ивановой, Хорнбогена [1–3]).

Для этих материалов основными методами изучения структуры остаются оптическая, электронная микроскопия, а также рентгенографические и спектрометрические методы. Однако полученные при этом данные полностью не используются в моделировании и компьютерном конструировании структуры, поскольку они либо представляют структуру качественно, либо характеризуют ее отдельные фрагменты.

Суть фрактального подхода заключается в обработке масштабированием (или «скейлингом», как в первоисточниках) фрактальной структуры и описании распределения какой-либо структурной характеристики – или меры – при этом масштабировании. Геометрическим носителем при масштабировании является сетка с квадратными ячейками различного размера. В работе [8] предложено в качестве меры для видманштеттовой структуры принять плотность распределения участков феррита на условной прямоугольной сетке, покрывающей поле шлифа. Плотность распределения удобнее вычислять, подсчитывая число клеток P , необходимых для покрытия фрактала (поля феррита). Подсчет производится только по непустым клеткам.

Плотность распределения феррита $P(L_i)$ на каждой сетке связана с размером ячейки L_i этой сетки степенным соотношением

$$P(L_i) = \text{const} L_i^{-D_f}.$$

Из этого соотношения вычисляли фрактальную размерность структуры D_f .

При фрактальном описании структур сварных швов алгоритм, реализованный программными средствами Mathcad и MATLAB, заключался в следующем:

1. Бинаризация реального изображения структуры, т.е. установление границ распознавания полутонов.
2. Дискретная аппроксимация исследуемых структур: разбиение соответствующих бинарных изображений квадратной сеткой, состоящей из одинаковых ячеек, и присвоение ячейкам, приходящимся на область перлита, значения «0», а на однофазную светлую область видманштеттова феррита – значения «1». Таким образом, исходное оцифрованное изображение структуры представляло собой матрицу, состоящую из нулей и единиц.

3. Обработка полученных массивов цифровых значений (матриц) путем разбиения матриц на более крупные ячейки с размерами $L_k \times L_k$ ($k = 1 \dots 32$).

4. Построение для каждого разбиения характеристической меры в виде вероятности распределения единиц P_i , необходимых для покрытия поля феррита.

5. Аппроксимация зависимостей $\ln(P_i)$ от $\ln(L_k)$ методом наименьших квадратов и определение фрактальных размерностей D_f .

Фрактальный анализ структур сварных швов проводился по основным зонам сварного соединения:

- по центру шва,
- зоне термовлияния (ЗТВ),
- зоне сплавления,
- основному металлу.

На основе фрактального анализа установлены количественные критерии структурной однородности металла сварных швов: для крупной структуры, с выделением широких фрагментов видманштеттова феррита, через все поле зерна первичного аустенита характерно значение фрактальной размерности $D_f = 1,60 \dots 1,78$; для более дисперсной структуры, приближающейся к классической феррито-перлитной, характерно значение фрактальной размерности $D_f = 1,79 \dots 1,89$.

Выявлена связь структурной характеристики – фрактальной размерности D_f – с уровнем хладостойкости металла сварного шва. Установлено, что существует четкая корреляция значений фрактальной размерности структуры сварных швов D_f и критической температуры перехода в хрупкое состояние $T_{кр}$ (коэффициент корреляции 0,85). Более высокими значениями фрактальной размерности характеризуются швы, имеющие лучшую хладостойкость (критическая температура перехода в хрупкое состояние лежит в области более отрицательных температур: -50 °С). И наоборот, металл шва, структура которого характеризуется меньшими значениями фрактальной размерности, охрупчивается в большей степени, для него критическая температура хрупкости фиксируется вблизи нуля.

Построена обобщенная диаграмма влияния фрактальной размерности и степени загрязненности металла шва неметаллическими включениями на хладостойкость сварного шва [10]. Хладостойкость сварных швов недопустимо снижается в тех случаях, когда неблагоприятно сочетаются два структурных параметра: высокая степень загрязненности крупными неметаллическими включениями (размером не менее 10 мкм) и присутствие грубой видманштеттовой структуры, характеризующейся низкой фрактальной размерностью.

Не менее интересным объектом для фрактального анализа являются пористые среды, например покрытия, полученные методом микродугового оксидирования [16, 17]. Образование пор в МДО-покрытиях является результатом специфики механизма пробоя анодных пленок. Пористость анодных оксидных

покрытий и анодных пленок является основной проблемой, приводящей к частичной или полной потере защитных свойств МДО-покрытий и, как следствие, снижению коррозионной стойкости, износостойкости и других эксплуатационных характеристик. Фрактальный анализ позволил проследить эволюцию пористой структуры по глубине слоя, при этом в качестве фрактальной меры N для пористой структуры МДО-покрытий принимали плотность распределения участков пор на условной прямоугольной сетке, покрывающей поле шлифа. Фрактальная размерность внутренней пористой структуры для всех исследованных образцов выше, чем для наружной, что говорит о большей однородности и упорядоченности структуры внутреннего слоя покрытия и более равномерном распределении пор в нем.

В работах [11, 14] фрактальный анализ применен совместно с фрактографией поверхностей усталостного разрушения металла сварных швов на сталях различных классов. Выявлена связь фрактальной размерности со скоростью роста усталостной трещины.

Значительный интерес в направлении моделирования экономических процессов представляет фрактальный анализ временных зависимостей показателей микро- и макроэкономики, какими являются, в частности, динамические кривые курсов валют, доходности ценных бумаг, себестоимости и др., обладающие волатильностью, отражающей непрерывное влияние многих факторов на состояние экономических систем [18, 19]. Установлено, что финансовый рынок, находящийся под действием внешних и внутренних факторов, подчиняется тем же закономерностям, что и фазовые переходы в физике и технических системах. При этом поведение биржевых индексов вблизи «критической точки» напоминает кардиограмму или кривую сейсмографа.

Неровность графика, или усредненная амплитуда колебаний, волатильность, является оценкой стабильности того или иного рыночного процесса. Однако, как выяснилось в работах Э. Петерса, Р.М. Кроновера, Е. Федерера, рядом с критической точкой гауссов закон не соблюдается: колебания разной силы становятся равновероятными, а график оказывается фракталом или «самоподобной кривой»: он сам и любой его фрагмент статистически одинаковы, а волатильность перестает быть содержательной характеристикой. Для таких объектов фрактальная размерность является показателем сложности кривой, связанной с общим трендом изменений процесса.

Анализируя чередование участков с различной фрактальной размерностью и то, как на систему воздействуют внешние и внутренние факторы, можно научиться предсказывать поведение системы и, что самое главное, диагностировать и предсказывать нестабильные состояния.

Как видно из представленного материала, несмотря на то что реальных фракталов в природе и социосистемах не существует, фракталы можно и нужно использовать в качестве идеальных образов-моделей реальных объ-

ектов и процессов, что позволяет извлекать уникальную информацию об их состоянии, структуре, свойствах и прогнозировать их развитие.

Список литературы

1. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
2. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.
3. Синергетика и фракталы в материаловедении / В.С. Иванова, А.С. Балланкин, И.Ж. Бунин, А.А. Оксогоев. – М.: Наука, 1994. – 383 с.
4. Хакен Г. Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах. – М.: Мир, 1985. – 424 с.
5. Mandelbrot B.B. The fractal geometry nature. – NY: Freeman, 1983. – 480 p.
6. Встовский Г.В. Элементы информационной физики / Моск. гос. ин-т управления. – М., 2002. – 260 с.
7. Krivonosova E.A. Fractal analysis of the formation of structure in welded joints // *Welding International*. – 2005. – Vol. 19, № 12. – P. 976–970.
8. Кривоносова Е.А. Фрактальный подход к анализу структурообразования металлов при сварке // Фракталы и прикладная синергетика. ФиПС-2005: тр. междунар. симпозиума, Москва, 14–17 ноября 2005 г. – С. 131–135.
9. Кривоносова Е.А. Применение теории фракталов в материаловедении сварки и покрытий // *Сварка и диагностика*. – 2008. – № 1. – С. 2–5.
10. Кривоносова Е.А. Фрактальный анализ структурообразования сварных швов // *Сварочное производство*. – 2005. – № 7. – С. 3–6.
11. Кривоносова Е.А., Язовских В.М., Вассерман Н.Н. Структурные аспекты усталостного разрушения металла сварных швов // *Тяжелое машиностроение*. – 2005. – № 9. – С. 20–23.
12. Язовских В.М., Кривоносова Е.А. Фрактальный подход к анализу структуры металла сварных швов // *Сварка в Сибири*. – 2005. – № 2. – С. 43–45.
13. Кривоносова Е.А., Мусин Р.К., Горчаков А.И. Фрактальный подход в материаловедении сварки и покрытий // *Прикладная синергетика в нанотехнологиях*. ФиПС-2008: сб. тр. Пятого междунар. междисциплинар. симпозиума, Москва, 17–20 ноября 2008 г. – С. 444–447.
14. Кривоносова Е.А., Рудакова О.А., Встовский Г.В. Мультифрактальный анализ структурного состава зоны термического влияния сталей с карбонитридным упрочнением // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. – 2010. – № 6. – С. 26–31.
15. Кривоносова Е.А., Горчаков А.И. Фрактальный анализ поверхности усталостного разрушения металла сварных швов // *Сварочное производство*. – 2012. – № 8. – С. 20–24.

16. Фрактальный анализ структурообразования покрытий при микродуговом оксидировании / Е.А. Кривоносова, О.А. Рудакова, А.И. Горчаков, Н.М. Бородин // Сварка и диагностика. – 2010. – № 1. – С. 37–41.

17. Горчаков А.И., Бородин Н.М., Кривоносова Е.А. Кинетические закономерности формирования покрытий на сплавах алюминия при микродуговом оксидировании // Вестник Перм. гос. техн. ун-та. Машиностроение, материаловедение. – 2010. – Т. 12, № 5. – С. 78–86.

18. Первадчук В.П., Галкин Д.Е. Применение фракталов в исследовании финансовых временных рядов // Вестник Перм. гос. техн. ун-та. Математика и прикладная математика. – 2008. – № 14. – С. 8–14.

19. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: применение теории хаоса в экономике [Электронный ресурс]. – URL: <http://progi-forex.ru/book%20etgar.html>.

Получено 12.02.2013

Кривоносова Екатерина Константиновна – аспирант, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: katerinakkkkk@mail.ru).

Первадчук Владимир Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: olga@pstu.ru).

Krivosova Ekaterina Konstantinovna – Graduate Student, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: katerinakkkkk@mail.ru).

Pervadchuk Vladimir Pavlovich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: olga@pstu.ru).