

Т.Р. Абляз, В.А. Иванов

T.R. Ablyaz, V.A. Ivanov

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Perm National Research Polytechnic University

РАСЧЕТ ВИБРАЦИИ ЭЛЕКТРОДА-ИНСТРУМЕНТА В ПРОЦЕССЕ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОЙ ОБРАБОТКИ

CALCULATION OF WIRE ELECTROD VIBRATION DURING ELECTRICAL DISCHARGE MACHINING

Представлено математическое описание вибрации электрода-инструмента в процессе электроэрозионной обработки.

Ключевые слова: электроэрозионная обработка, проволочно-вырезная электроэрозионная обработка, вибрация электрода-инструмента, электрод-инструмент, электрод-деталь.

In this work the mathematical description of the electrode-tool vibration in the EDM is presented.

Keywords: electrical discharge machining, wire electrical discharge machining, electrode vibration, electrod-tool, electrod-detail.

Задачей настоящего исследования является разработка математических моделей для расчета прогибов проволоки-электрода в процессе обработки детали на проволочно-вырезном электроэрозионном оборудовании.

Одним из существенных недостатков процесса электроэрозионной обработки (ЭЭО) является вибрация электрода-инструмента (ЭИ) в процессе резки. Данный недостаток сказывается на технологических параметрах электроэрозионного формообразования. Снижение влияния вибрации ЭИ на точность обработки является одной из основных задач в области развития ЭЭО.

Деформация ЭИ оказывает влияние на точность обработки в случае, когда он обладает малой жесткостью. Это в основном относится к операциям электроэрозионного вырезания (ЭЭВ). При ЭЭВ в качестве инструмента используется проволока диаметром 0,25–0,03 мм. Под воздействием силы, возникающей в межэлектродном зазоре при пробое, проволока прогибается на некоторую величину, в результате прогиба электрода-инструмента возникают погрешности обработки.

В нашей работе ЭИ рассматривается как металлическая струна, закрепленная на концах. Под струной в математической физике понимают гибкую упругую нить. Пусть струна натянута и закреплена на отрезке $[0, l]$ оси OX .

Если усилием струну отклонить и придать ее точкам некоторую скорость, а затем отпустить, то точки струны будут совершать колебания.

При малых отклонениях струны от начального положения можно полагать, что точки струны движутся перпендикулярно оси OX и в одной плоскости, а функция, описывающая процесс колебаний, имеет вид $u = u(x; t)$.

Рассмотрим элемент струны MM_1 (рисунок). На концах этого элемента по касательным к струне действуют силы T . Пусть касательные образуют с осью Ox углы φ и $\varphi + \Delta\varphi$. Тогда проекция на ось Ox сил, действующих на элемент MM_1 , $T \sin(\varphi + \Delta\varphi) - T \sin(\varphi)$.

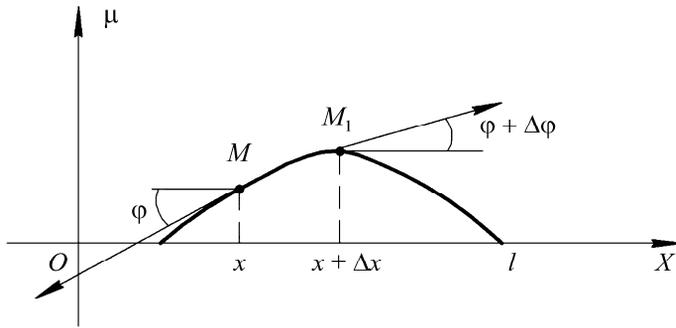


Рис. Профиль колебаний струны

В силу малости φ и $\Delta\varphi$ с точностью до $O(\Delta x^2 + \Delta\varphi^2)$ можно записать

$$\begin{aligned} T \sin(\varphi + \Delta\varphi) - T \sin(\varphi) &= T \operatorname{tg}(\varphi + \Delta\varphi) - T \operatorname{tg}(\varphi) = \\ &= T \left(\frac{\partial u(x + \Delta x; t)}{\partial x} - \frac{\partial u(x; t)}{\partial x} \right) = T \frac{\partial^2 u(x; t)}{\partial x^2} \Delta x. \end{aligned}$$

Для получения уравнения движения необходимо внешние силы, приложенные к элементу, приравнять к силе инерции. Если ρ – линейная плотность струны, то масса струны – $\rho \Delta x$. Следовательно,

$$\rho \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Delta x.$$

Обозначая $\frac{T}{\rho} = a^2$, получаем уравнение свободных колебаний струны

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Если колебания вынужденные, то равнодействующая внешних сил, приложенных к участку струны MM_1 в момент времени t будет определяться как

$$F \approx g(x,t)MM_1 \approx g(x,t)\Delta x.$$

Уравнение вынужденных колебаний струны

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho} g(x,t),$$

где форма записи $g(x,t)$ зависит от участка, на котором действует данная сила, и от закона распределения данной нагрузки.

Для приближения расчета к реальным условиям процесса ЭЭО необходимо рассмотреть колебания струны с учетом сопротивления окружающей среды. Силу сопротивления, возникающую при этом, примем пропорциональной скорости. Тогда на бесконечно малый участок струны M_1M_2 действует сила

$$F_{\text{сопр}} = \alpha \frac{\partial u}{\partial t} \partial x,$$

где α – коэффициент пропорциональности.

Сила сопротивления всегда направлена против движения, следовательно,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2m \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} g(x,t),$$

где $\alpha/\rho = 2m$.

Ограничиваясь случаем свободных колебаний, запишем уравнение в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2m \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (1)$$

При начальных условиях

$$u|_{t=0} = f(x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = F(x); \quad (2)$$

при граничных условиях

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=l} = 0. \quad (3)$$

Решение уравнения (1) с условиями (2), (3) будем производить методом Фурье:

$$u(x,t) = X(x)T(t), \quad (4)$$

отсюда получаем

$$\frac{1}{a^2} \left(\frac{\ddot{T} + 2m\dot{T}}{T} \right) = \frac{X''}{X}.$$

Поскольку краевые условия для функций $X(x)$ остались такими же, как и для случая колебаний без сопротивления, то равенство (4) будет возможно, если обе его части равны λ_k^2 , где $\lambda_k = \frac{n\pi}{l}$ – собственные числа ($k = 1, 2, \dots$); при этом собственные функции $X_k(x)$ определяются по формуле

$$X_k(x) = \sin \frac{k\pi x}{l}.$$

Для определения функций $T_k(t)$ получим дифференциальное уравнение

$$T_k'' + 2mT_k' + \left(\frac{k\pi a}{l} \right)^2 T_k = 0.$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$r^2 + 2mr + \left(\frac{k\pi a}{l} \right)^2 = 0.$$

Корни уравнения

$$r_{1,2} = -m \mp \sqrt{m^2 + \left(\frac{k\pi a}{l} \right)^2}.$$

Предположим, что коэффициент трения m настолько мал, что подкоренное выражение отрицательно для любых значений k . Данное условие будет выполняться тогда, когда $m < \frac{pa}{l}$.

Вводя обозначения, получим $\left(\frac{k\pi a}{l} \right)^2 - m^2 = q_k^2$, следовательно, общее решение уравнения (1) будет иметь вид

$$u(x, t) = e^{-mt} \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos q_k t + b_k \sin q_k t) \sin \frac{k\pi x}{l}, \quad (5)$$

где коэффициенты a_k, b_k находятся следующим образом:

$$a_k = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx,$$

$$b_k = \frac{2}{lq_k} \int_0^l F(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx + \frac{m}{q_k} a_k.$$

Таким образом, решение уравнения (5) позволит определить деформацию ЭИ в процессе ЭЭО с учетом сопротивления окружающей среды.

Список литературы

1. Fundamental geometry analysis of wire electrical discharge machining in corner cutting / W.J. Hsue [et al.] // International Journal of Machine Tools & Manufacture. – 1999. – № 39. – P. 651–667.

2. Абляз Т.Р. Изучение погрешности формы, возникающей при обработке криволинейных поверхностей на проволочно-вырезном электроэрозионном станке // Вестник ПГТУ. Машиностроение, материаловедение. – Пермь, 2011. – Т. 13, № 3. – С. 51–54.

3. Altpeter F., Perez R. Relevant topics in wire electrical discharge machining control // Journal of Materials Processing Technology. – 2004. – № 149. – P. 147–151.

Получено 3.09.2012

Абляз Тимур Ризович – аспирант, лауреат премии «Инженер года», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: lowrider11-13-11@mail.ru).

Иванов Владимир Александрович – доктор технических наук, профессор, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: msi@pstu.ac.ru).

Ablyaz Timur Rizovich – Postgraduate Student, Engineer of the Year award winner, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: lowrider11-13-11@mail.ru).

Ivanov Vladimir Aleksandrovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: msi@pstu.ac.ru).