

DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2020.3.09

УДК 531/534: [57+61]

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УСИЛИЙ ЗУБОЧЕЛЮСТНОЙ СИСТЕМЫ НА ВНУТРЕННЮЮ СОННУЮ АРТЕРИЮ

В.М. Тверье, И.Д. Шитоев, Ю.И. Няшин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Российская Федерация, 614000, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: ShitoevID@vemails.ru

Аннотация. В настоящее время сердечно-сосудистые заболевания во многих случаях могут являться причиной преждевременной смерти (более 30 % смертных случаев). В литературе отражены наблюдения о влиянии дисфункции височно-нижнечелюстного сустава на состояние шейного отдела внутренней сонной артерии. Под воздействием нагрузки в суставе в артерии образуются изгибы и, возможно, петлистости, что ведет к уменьшению объема мозгового кровообращения и развитию инсульта. На сегодняшний день отсутствует строгое описание влияния зубочелюстной системы в целом и височно-нижнечелюстного сустава в частности на питание головного мозга, которое по большей части идет по внутренней сонной артерии (до 80 % общего объема крови). Для количественной оценки влияния нагрузок на течение крови рассмотрен модельный пример, и показано уменьшение просвета сонной артерии на 34 % из-за усилий в височно-нижнечелюстном суставе. Для подтверждения гипотезы и объяснения механизма влияния нагрузок необходимо разработать биомеханическую модель взаимодействия внутренней сонной артерии и височно-нижнечелюстного сустава. Задача усложняется вариативностью характеристик живых структур от человека к человеку. В статье приводится подробное описание данной проблемы, предлагается постановка связанной задачи нагружения ветви сонной артерии усилиями в суставе и течения крови в этом участке артерии. Разработан алгоритм решения данной задачи через осреднение и упрощение модели. Приводится итерационная процедура взаимодействия в задачах теории упругости и осредненной задачи течения крови.

Ключевые слова: височно-нижнечелюстной сустав, внутренняя сонная артерия, биомеханическое моделирование, квазиодномерное приближение течения крови.

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день сердечно-сосудистые заболевания представляют одну из основных причин смертности населения в развитых странах мира [9, 57]. Согласно статистике, более 30 % случаев смертей связаны с сердечно-сосудистыми заболеваниями и гемодинамическими отклонениями. При этом больше трети из них возникают в результате инсультов, поэтому исследование кровоснабжения головного мозга представляет собой социально-значимую проблему во всем мире [10]. Питание головного мозга осуществляется по двум парным артериям: внутренним сонным и позвоночным артериям. По внутренней сонной артерии протекает до 80% от общего объема крови [44].

© Тверье В.М., Шитоев И.Д., Няшин Ю.И., 2020

Тверье Виктор Моисеевич, к.т.н., доцент кафедры вычислительной математики, механики и биомеханики, Пермь

Шитоев Иван Дмитриевич, аспирант кафедры вычислительной математики, механики и биомеханики, Пермь

Няшин Юрий Иванович, д.т.н., профессор кафедры вычислительной математики, механики и биомеханики, Пермь

В настоящее время существует много работ, посвященных мозговому кровообращению и причинам его нарушения, как с точки зрения медицины, так и биомеханики и гемодинамики [1, 7, 13–16, 60, 62, 63, 66, 73, 77, 81, 83, 84]. Одной из причин нарушения мозгового кровообращения является патологическая извитость внутренней сонной артерии. Под извитостью артерии понимается ее отклонение от физиологического прямолинейного состояния, механическая деформация, аномальные переплетения. В литературе рассматриваются различные факторы и последствия извитости артерий, в том числе и внутренней сонной [18, 22, 27, 28, 31, 41, 42, 45, 71, 78]. Основным следствием патологической извитости внутренней сонной артерии является уменьшение общего потока крови к головному мозгу из-за отклонения от прямолинейного состояния артерии [22, 27, 28, 45]. Российскими и зарубежными учеными-стоматологами и биомеханиками было сделано предположение, что одной из причин патологической извитости может стать дисфункция височно-нижнечелюстного сустава [37–39, 59]. Данное предположение подтверждается рядом исследований, согласно которым патология височно-нижнечелюстного сустава вызывает компрессию отделов внутренней сонной артерии, при этом нарушая мозговое кровоснабжение [19, 37, 54, 74]. В некоторых случаях патология сустава может даже вызвать опосредованное повреждение головного мозга [74]. У пациентов с дисфункцией височно-нижнечелюстного сустава наблюдается снижение скоростных показателей кровотока на фоне увеличения индекса пульсации [48]. Даже при малом пространственном смещении сустава происходит сдавливание окружающих тканей, таким образом, артерии, питающие мозг, сужаются и оказываются под избыточным давлением изнутри и извне. Из литературных данных: дисфункция височно-нижнечелюстного сустава встречается у 14–20% детей и около 40% взрослого населения [11, 12, 23, 69].

Височно-нижнечелюстной сустав является очень сложной системой организма, постоянно приспособлявая свое строение и функциональные особенности к изменяющейся нагрузке в течение всей жизни человека (перестройка прикуса, изменение мышечного тонуса и т. д.) [36]. Зачастую патология сустава протекает бессимптомно, что еще больше увеличивает риск возникновения болезней со стороны сердечно-сосудистой системы, вплоть до инсульта [53]. Усилие, возникающее при нарушении функции височно-нижнечелюстного сустава, может воздействовать на внутреннюю сонную артерию, приводя к изменению формы и уменьшению просвета, вплоть до окклюзии.

Математическое моделирование сердечно-сосудистой системы является одной из актуальных проблем современной фундаментальной медицины [1, 3, 7, 13–16, 18, 34, 49, 58, 60, 62, 63, 66, 67, 70, 71, 73, 77, 78, 80, 81, 83, 84]. Функции кровеносной системы человека и ее строение настолько разнообразны, что моделирование ее работы в норме и при патологиях является основной вычислительной задачей физиологии. Существует множество работ, посвященных моделированию поведения кровеносной системы, различным иерархическим математическим моделям, учету влияния различных органов и факторов, изменяющих поток и давление в кровеносном сосуде. Существуют также работы, учитывающие мышечную активность стенок [14, 67, 70, 80] и пульсовую волну [34, 60]. А.В. Доль [14–16] в своей модели учитывает работу вторичного (периферического) сердца. В работе Ю.А. Устинова [54] учитывается винтовая анизотропия стенки артерии, а в работах Г.А. Хольцапфеля [67, 70, 80] – анатомическая структура стенки артерии. Ю.В. Василевский [8, 66, 83] моделирует различные патологические извитости церебральных сосудов в квазиодномерном приближении. В работах Х.Ц. Хана [71, 78] описана математическая модель потери устойчивости артерии. Однако стоит заметить, что кровеносная система является нерегулярной структурой с меняющимися размерами и строением артерий. Ввиду этого необходимо

проводить определенные процедуры осреднения морфологических характеристик – длин, диаметров, строения ветвей и их количества. Но на данный момент в современной науке нет четкого биомеханического описания влияния усилий зубочелюстной системы человека и, в частности, нагрузки в височно-нижнечелюстном суставе на поведение шейного сегмента внутренней сонной артерии и течение крови.

Для того чтобы описать влияние височно-нижнечелюстного сустава на извитость внутренней сонной артерии, нужно учитывать ее морфологическое строение и функциональные особенности, а также тесное взаимодействие с другими окружающими тканями и системами в организме человека. По мнению авторов, необходимо провести биомеханическое моделирование задачи течения крови по внутренней сонной артерии с учетом ее строения, иннервации и взаимодействия с окружающими тканями под влиянием нагрузок от зубочелюстной системы человека.

АНАТОМИЯ И МОРФОЛОГИЯ ВНУТРЕННЕЙ СОННОЙ АРТЕРИИ, ВИСОЧНО-НИЖНЕЧЕЛЮСТНОГО СУСТАВА И ОКРУЖАЮЩИХ ТКАНЕЙ

Анатомия внутренней сонной артерии и окружающих ее тканей

Внутренняя сонная артерия (ВСА) является парной артерией головы и шеи человека. Она начинается из общей сонной артерии в точке бифуркации, когда общая сонная артерия делится на наружную и внутреннюю сонные артерии в районе 3-го или 4-го шейного позвонка, а заканчивается на медиальном крае латеральной борозды головного мозга. Согласно классификации (А. Bouthillier, 1996) [65], внутренняя сонная артерия состоит из 7 сегментов: 1) шейный сегмент (С1); 2) каменистый сегмент (С2); 3) сегмент рваного отверстия (С3); 4) пещеристый (кавернозный) сегмент (С4); 5) клиновидный сегмент (С5); 6) офтальмический (надклиновидный) сегмент (С6); 7) коммуникативный сегмент (С7) (С6 и С7 вместе составляют мозговую, или надклиновидную часть) (рис. 1). Внутренняя сонная артерия участвует в образовании артериального (визуицева) круга головного мозга, обеспечивающего компенсацию недостаточности кровоснабжения за счет перетока из других сосудистых бассейнов [32, 47].

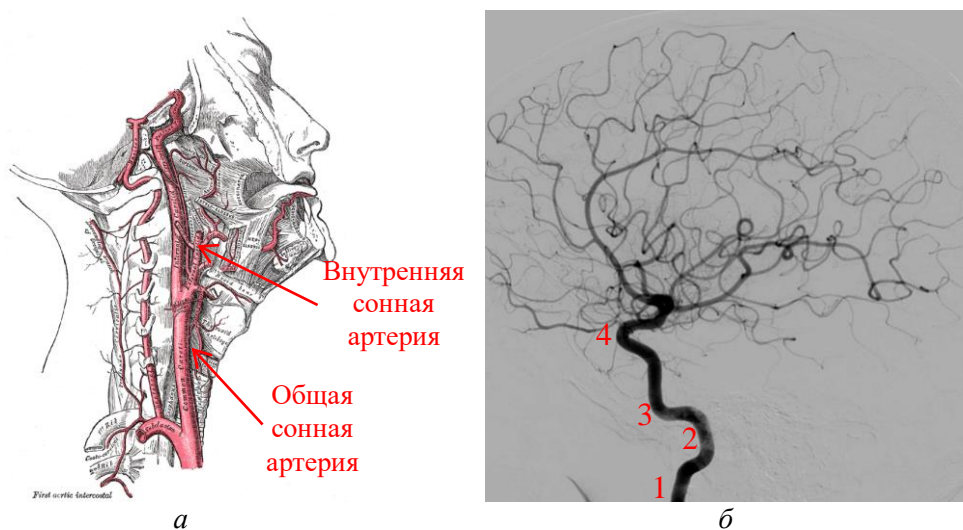


Рис. 1. Внутренняя сонная артерия (*internal carotid artery*) [68] (а); внутренняя сонная артерия (ангиография) (б): 1 – шейный сегмент; 2 – каменистый сегмент; 3 – сегмент рваного отверстия; 4 – пещеристый сегмент [73]

По мере восхождения к головному мозгу внутренняя сонная артерия проходит вблизи височно-нижнечелюстного сустава (шейный сегмент) и заходит в височную кость (каменистый сегмент) через сонный канал (рис. 2). В области шеи внутренняя сонная артерия не дает ветвей. Соответственно изогнутости сонного канала внутренняя сонная артерия, проходя в нем сначала вертикально, делает затем поворот на 90° в переднемедиальном направлении и у верхушки височной кости входит в полость черепа через рваное отверстие [43]. Когда внутренняя сонная артерия (С3) проходит через рваное отверстие, она не покрыта твёрдой мозговой оболочкой, вместо этого окружена периостом и фиброзно-хрящевой тканью. Мы рассматриваем только ту часть артерии, которая геометрически примыкает к области височно-нижнечелюстного сустава человека.

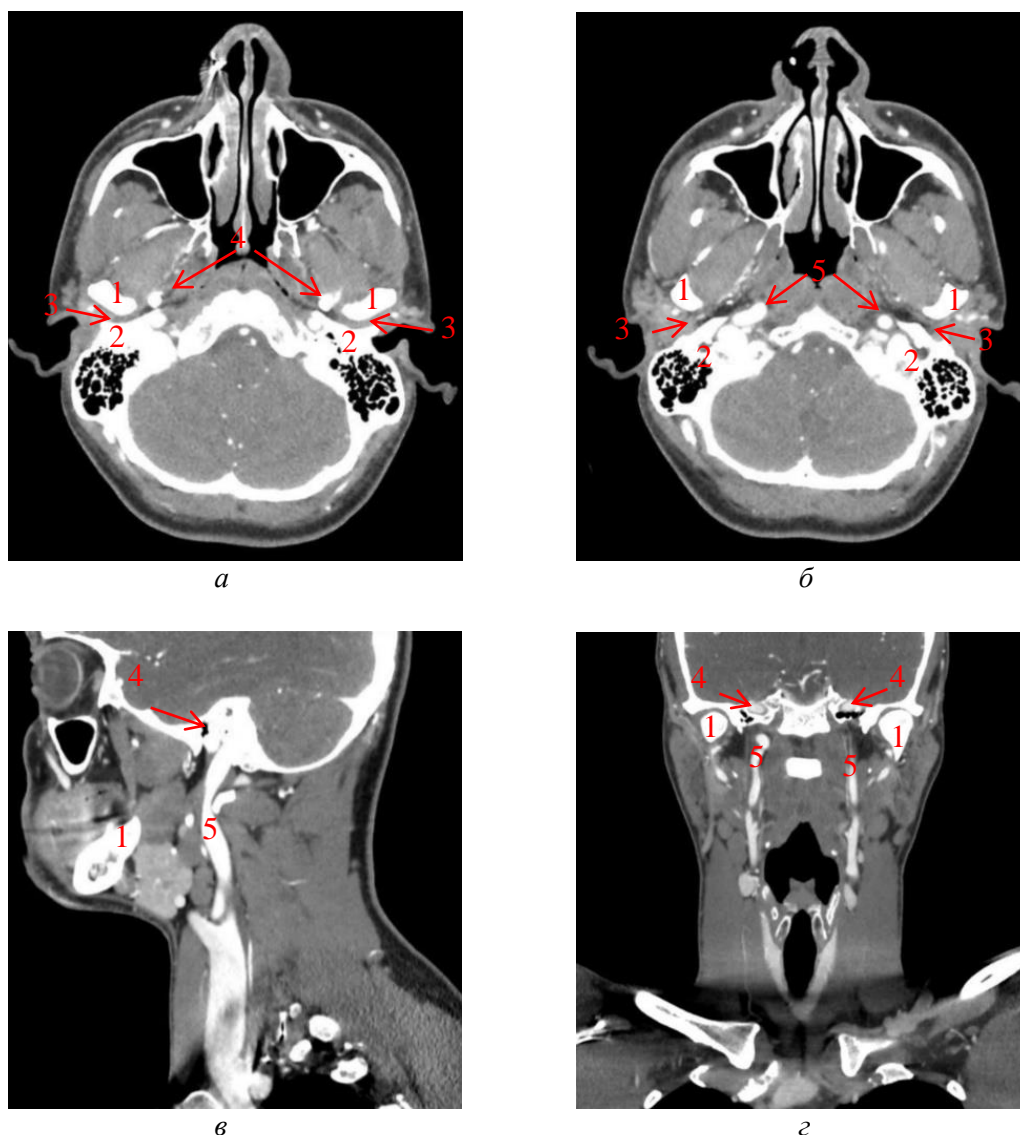


Рис. 2. Исследование компьютерной томографии головы и шеи: *а* – аксиальный срез, каменистый отдел внутренней сонной артерии; *б* – аксиальный срез, шейный отдел внутренней сонной артерии; *в* – сагитальный срез; *г* – фронтальный срез; 1 – нижняя челюсть; 2 – височная кость; 3 – височно-нижнечелюстной сустав; 4 – внутренняя сонная артерия, каменистый сегмент; 5 – внутренняя сонная артерия, шейный сегмент [73]

Согласно томографическим исследованиям (магнитно-резонансная томография, компьютерная томография), а также анатомическим исследованиям человека [32, 42, 46, 67, 73] (рис. 3), вплоть до входа внутренней сонной артерии в височную кость ее окружает рыхлая соединительная ткань, мышечная ткань и связки в месте крепления мышечной ткани к кости. Вблизи височно-нижнечелюстного сустава (ВНЧС) внутреннюю сонную артерию отделяют от него 10 – 30 мм (в зависимости от анатомических особенностей и возраста человека): 1) одна из мышц мягкого неба и зева (мышца, поднимающая небную занавеску); 2) сухожилие, с помощью которого данная мышца крепится к барабанной части височной кости; 3) остальная часть между суставом и артерией, которая заполнена рыхлой соединительной тканью.

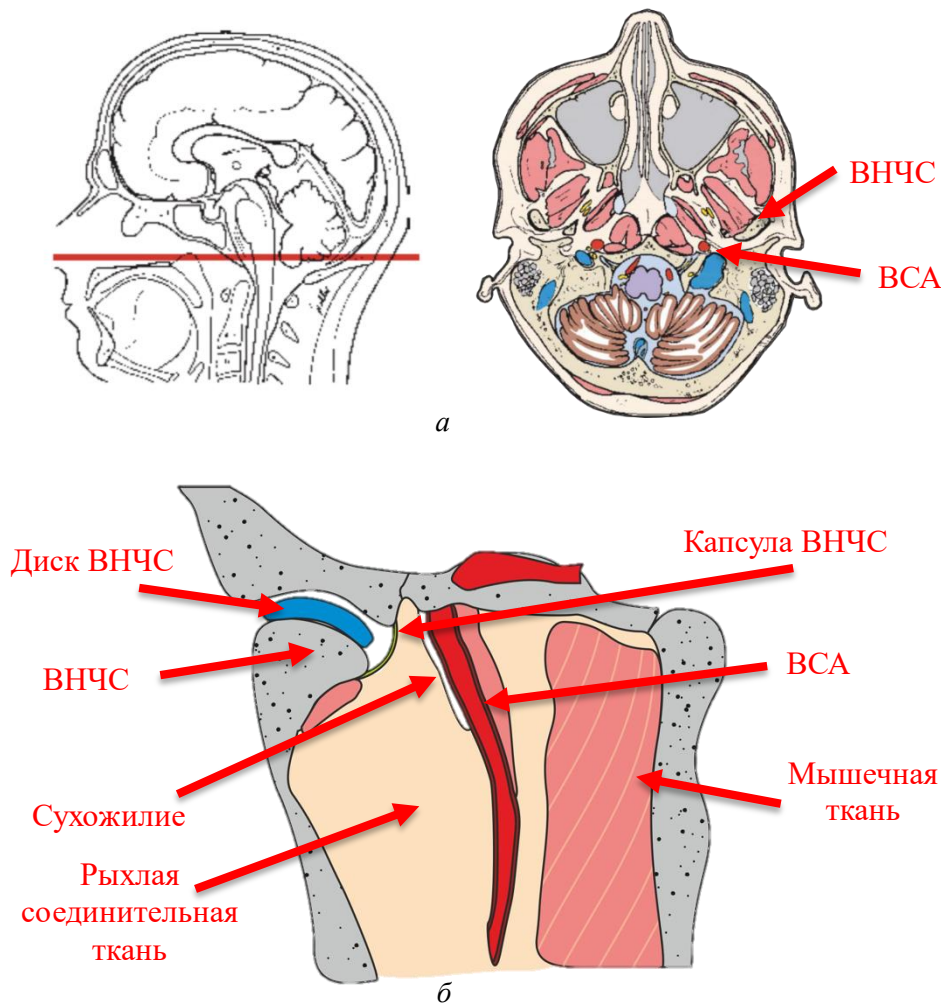


Рис. 3. Схема расположения височно-нижнечелюстного сустава и внутренней сонной артерии: *а* – аксиальный срез [77]; *б* – фронтальный срез

Соединительная ткань представляет собой большую группу тканей, включающую непосредственно соединительные ткани (рыхлая и плотная), особые ткани со специальными свойствами (жировая и регуляторная), скелетные ткани (костная и хрящевая) и даже жидкие, например кровь. Данные ткани состоят из множества клеток и межклеточного вещества, построенного из протеогликанов, гликопротеинов и различных коллагеновых, эластичных или ретикуляторных волокон. Рыхлая волокнистая соединительная ткань располагается преимущественно по ходу кровеносных и лимфатических сосудов и нервов, содержит многочисленные клетки: фибробласты, фиброциты, макрофаги, тканевые базофилы, адиоциты, пигментные

клетки, лимфоциты, плазмоциты, лейкоциты. В межклеточном же веществе преобладает аморфное вещество, пронизанное малочисленными очень тонкими волокнами. Волокна располагаются хаотически, поэтому ткань и называется рыхлой. Такое строение ткани позволяет в дальнейшем рассматривать эту ткань как однородный изотропный материал.

Анатомия височно-нижнечелюстного сустава

Височно-нижнечелюстной сустав (рис. 4) является парным суставом, соединяющим нижнюю челюсть с основанием черепа. Состоит из суставного бугорка, головки нижней челюсти, мышечкового отростка, суставного диска, суставной капсулы и нижнечелюстной суставной связки (рис. 4,в) [5, 21, 32, 43, 47, 51, 53, 68, 79]. Диск располагается таким образом, что головка скользит по задней поверхности бугорка. В результате наибольшее давление в момент жевательного акта приходится на бугорок, а не на тонкую костную пластинку, образующую заднюю часть свода нижнечелюстной ямки. Суставной же диск амортизирует силу жевательного давления, так как он мягкий и упругий. Суставная капсула представляет собой эластическую соединительную оболочку, состоящую из наружного (фиброзного) и внутреннего (эндотелиального) слоев. Толщина суставной капсулы составляет от 0,4 до 1,7 мм. В норме движение нижней челюсти похоже на перемещение по части окружности или эллипсу. Патологические изменения и аномалии зубных рядов и зубов ведут к снижению амплитуды движений и увеличению их количества [5, 21].

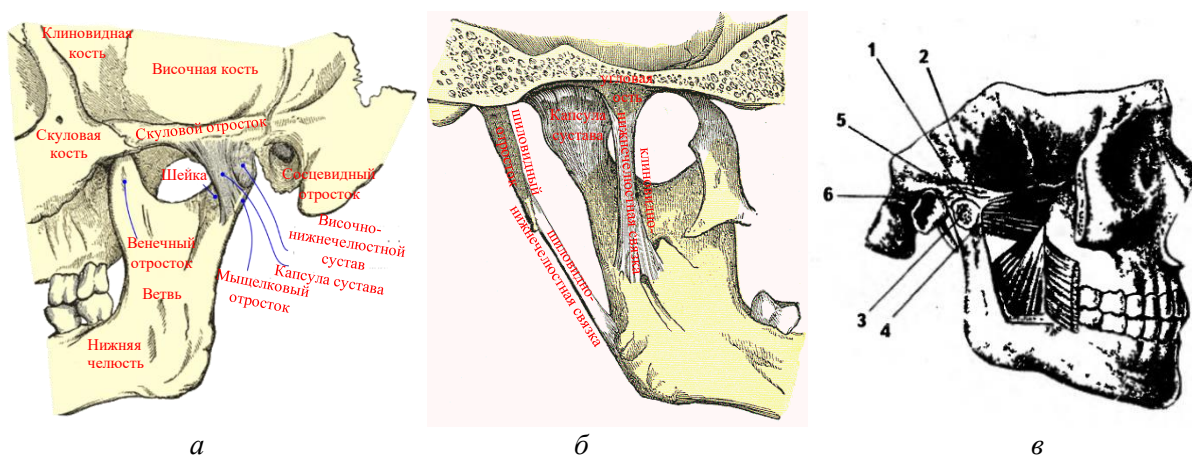


Рис. 4. Височно-нижнечелюстной сустав: а – латеральная поверхность [68]; б – медиальная поверхность [68]; в – строение: 1 – нижнечелюстная ямка; 2 – суставной бугорок; 3 – головка нижней челюсти; 4 – мышечковый отросток; 5 – суставной диск; 6 – суставная капсула [5]

Дисфункция височно-нижнечелюстного сустава – серьезная патология, вызванная мышечными, окклюзионными и пространственными отклонениями. При патологии сустава довольно часто наблюдается смещение диска, которое нередко встречается без нарушения функции сустава, поэтому человек может и не знать о существовании серьезного отклонения. Суставной диск, выпадая, вызывает дополнительное давление на окружающие его ткани, а так как он находится в непосредственной близости от внутренней сонной артерии, то может вызвать в ней серьезные отклонения. Протрузия (выпячивание) диска и крайний случай – пролапс (выпадение) диска — результат длительно существующего переднего неуправляемого смещения диска (рис. 5) [2, 4, 20, 24, 25].



Рис. 5. Дистальное смещение головки ВНЧС (2) и дислокация суставного диска кпереди (1) при потере жевательных зубов [24]

Механические и геометрические характеристики внутренней сонной артерии, височно-нижнечелюстного сустава и окружающих ее тканей

Работу В. Вертгейма (1846) [4] можно считать пионерской в исследовании упругих свойств тканей человека. В ней приведены результаты исследования свойств тканей и их зависимость от возраста и пола. Были получены следующие результаты: для мышц модуль упругости варьируется в раннем возрасте от 128 до 29 кПа в старческом. В среднем у взрослого человека модуль упругости мышц находится в диапазоне от 69–88 до 128 кПа. Для бедренной артерии было получено значение модуля упругости в 5 кПа. Следует учесть, что в этих опытах диапазон изменения деформации был от 0,0085 до 0,06455 [4]. Более поздние исследования говорят о том, что упругий модуль мышц варьируется от 40–90 кПа для наружных мышц и 5–15 кПа – для внутренних мышц [6, 16, 45, 54, 61]. По некоторым данным, модуль упругости именно мышц мягкого неба лежит в пределах 0,6–1,5 кПа [35].

Для стенки внутренней сонной артерии модуль упругости в среднем равен 0,6 МПа [28, 33, 40–42, 75, 76, 85]. Необходимо подчеркнуть существование многочисленных противоречивых данных о свойствах рыхлой соединительной ткани из-за ее неоднородного строения. Ранее авторами был экспериментально определен модуль упругости рыхлой соединительной ткани свиньи, который составил 3,25 МПа [61]. Из литературы известно, что реакции височно-нижнечелюстного сустава при сжатии челюстей при акте жевания достигают 500 Н, причем обычно наблюдаются значения 200 – 300 Н [37, 52].

КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим механизм влияния височно-нижнечелюстного сустава на внутреннюю сонную артерию. Диск сустава, выпадая внутрь (рис. 6, б), при акте жевания начинает воздействовать на окружающие ткани и капсулу сустава с силой порядка сотен ньютонов. Капсула под нагрузкой меняет свое положение (рис. 6, в). Данная нагрузка через рыхлую соединительную ткань воздействует на внутреннюю сонную артерию, что приводит как к ее изгибу, так и сужению просвета (рис. 6, г). В некоторых случаях под увеличивающейся нагрузкой может образоваться перегиб артерии (рис. 6, д) или петля в ней (рис. 6, е).

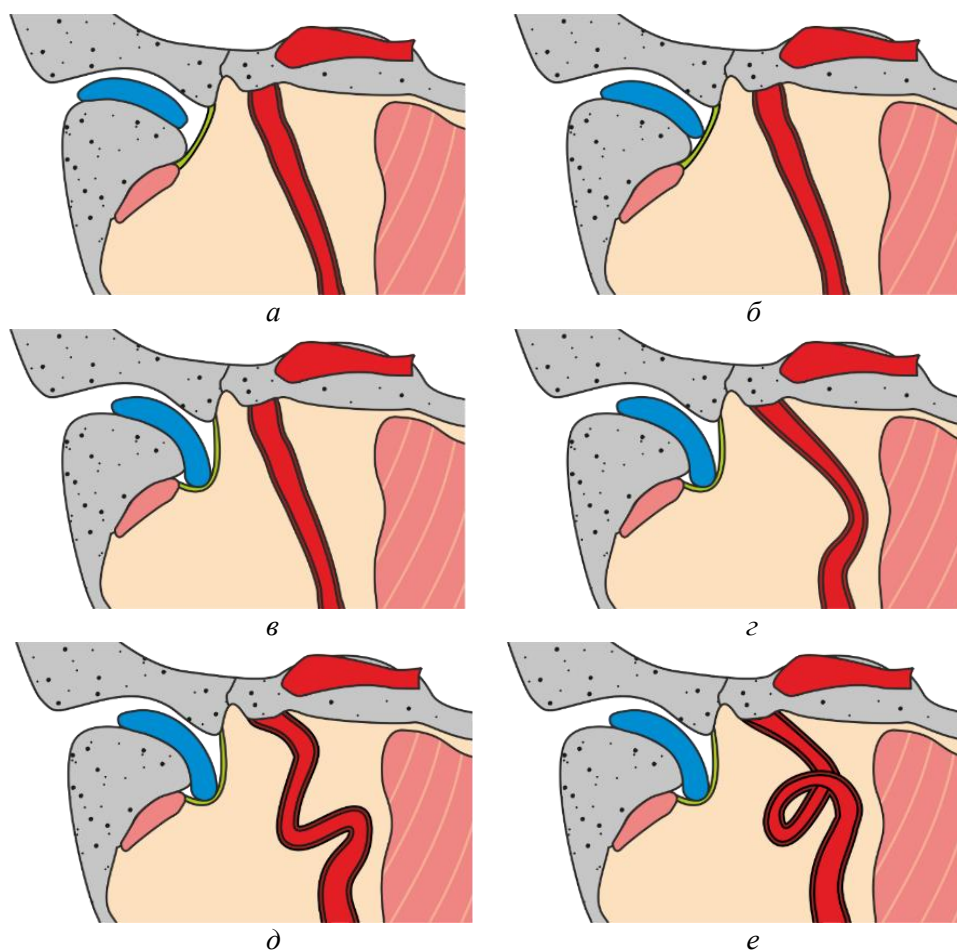


Рис. 6. Влияние усилий в височно-нижнечелюстном суставе на внутреннюю сонную артерию: *a* – физиологичное расположение; *б* – выпадение диска височно-нижнечелюстного сустава; *в* – изгиб капсулы сустава; *г* – отклонение внутренней сонной артерии от прямолинейного положения; *д* – образование изгиба артерии; *е* – образование петли

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОСЛОЙНОЙ ЗАДАЧИ

Для подтверждения изложенной концепции было рассмотрено нагружение конструкции, состоящей из нескольких слоев тканей и упругой трубки, нагруженной внутренним давлением. Это позволит количественно оценить описанное выше взаимодействие. Расчеты были проведены в программном комплексе *ANSYS Mechanical*. Было задано давление внутри артерии от 70 до 140 мм рт. ст. Конструкция нагружалась индентором, радиус которого совпадает с малым радиусом головки нижней челюсти 1,5 мм. Стенка капсулы сустава задана в виде плоской пластины 20×20 мм и толщиной 1 мм. Диаметр внутренней сонной артерии берется равным 2,5 мм с толщиной стенки 0,5 мм, длиной 100 мм. Это соответствует примерному расстоянию от точки бифуркации сонной артерии до входа в сонный канал. Артерия со всех сторон окружена рыхлой соединительной тканью, имеющей форму параллелепипеда размером 20×20×100 мм (рис. 7). Все рассматриваемые области предполагались линейно-упругими с различными свойствами. Жесткое закрепление задано на левом и правом краях артерии (в точке бифуркации и в точке входа в каменистую часть). Задано закрепление рыхлой соединительной ткани с торцевых сторон и нижней поверхности, остальные боковые и верхняя поверхности оставались свободными. Приложенная нагрузка от индентора равнялась 300 Н.

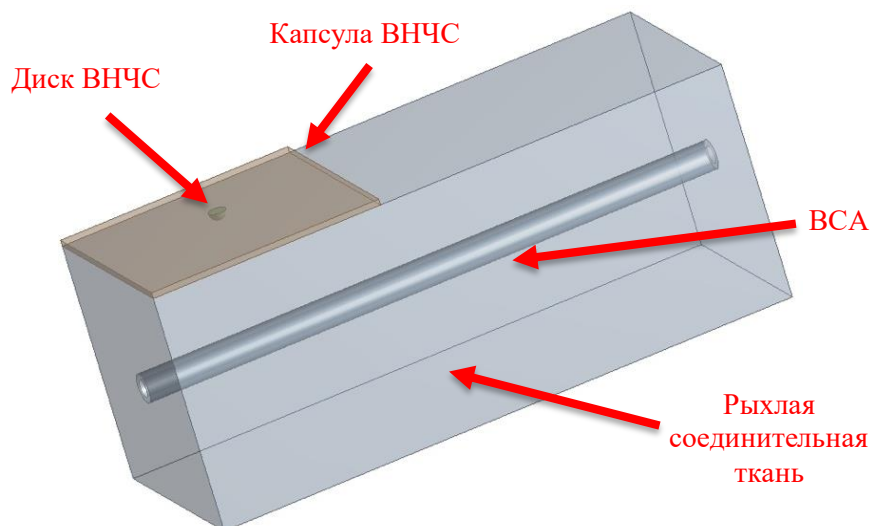


Рис. 7. Рассматриваемая многослойная структура, состоящая из внутренней сонной артерии, височно-нижнечелюстного сустава и окружающих тканей

При расчетах использовались механические свойства тканей (табл. 1). Результаты приведены на рис. 8 и в табл. 2, где показаны деформации артерии в зависимости от давления внутри нее.

Таблица 1

Механические свойства тканей

Ткань	Модуль упругости, МПа	Коэффициент Пуассона
Головка нижней челюсти	$2 \cdot 10^4$	0,3
Капсула сустава	$5 \cdot 10^3$	0,3
Рыхлая соединительная ткань	3,25	0,3
Стенка артерии	0,6	0,4



Рис. 8. Влияние нагрузки от височно-нижнечелюстного сустава на внутреннюю сонную артерию при давлении крови внутри 140 мм рт. ст.

Таблица 2

Зависимость уменьшения просвета внутренней сонной артерии и ее положения при нагрузке от височно-нижнечелюстного сустава от давления внутри артерии

Давление крови внутри артерии, мм рт. ст.	Перемещение артерии от нормального состояния, мм	Просвет артерии в месте нагрузки, мм
150	1,578	0,653
140	1,579	0,654
130	1,579	0,654
120	1,580	0,655
110	1,580	0,656
100	1,581	0,657
90	1,581	0,658
80	1,582	0,658
70	1,582	0,659

Таким образом, рассмотренные результаты влияния нагрузки, возникающей в височно-нижнечелюстном суставе, на внутреннюю сонную артерию (уменьшение просвета на 34% от нормального состояния, перемещение артерии как целого, сужение артерии) свидетельствуют о существенном биомеханическом взаимодействии сустава и артерии. В связи с этим необходимо рассмотреть такое взаимодействие методами биомеханического моделирования. Рассмотрим математическую постановку такой задачи.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача определения усилий зубочелюстной системы человека при фиксированном прикусе данного пациента позволяет определить усилия мышц, координаты точки приложения и реакцию височно-нижнечелюстного сустава [52]. По результатам лучевой диагностики (ультразвуковое исследование, магнитно-резонансная томография, компьютерная томография) инструментально определяется форма как височной кости, так и ветви сонной артерии, а также геометрические размеры области исследования. В начальный момент времени решается задача гидродинамики. Считается, что давление в артерии через стенку передается окружающим ее тканям. Далее рассматривается область, находящаяся между височно-нижнечелюстным суставом и внутренней сонной артерией.

В задаче теории упругости в интересующей нас области задается давление, полученное из решения задачи гидродинамики. Далее решается задача теории упругости, и в области на месте расположения артерии вычисляются перемещения и касательные усилия дополнительно к заданному давлению. Перемещения определяют новую форму стенки артерии, а касательные усилия влияют на течение крови по сонной артерии, так как входят в состав квазиодномерного уравнения гидродинамики. Снова решаем задачу гидродинамики, получаем новые значения давлений и переходим к решению задачи теории упругости. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не стабилизируется форма артерии, касательные усилия и давление в ней. После этого переходим к следующему моменту времени и повторяем итерационную процедуру. Задача решается на установление (рис. 9).

В крупных сосудах наблюдается в основном ламинарное течение крови. Это связано с тем, что организм человека стремится избежать турбулентности внутри сосудов [29]. Турбулентный характер крови возникает лишь при возникновении

аномалий в анатомии и физиологии сосудов. О характере течения можно судить по числу Рейнольдса Re , которое зависит от скорости потока крови и диаметра сосуда. В организме ламинарный режим течения наблюдается при числах Рейнольдса, не превышающих 4000, турбулентное течение имеет место при числах Рейнольдса, превышающих 8000, при 6000 возникает переходный режим. Решение задачи взаимодействия деформированной внутренней сонной артерии с окружающими тканями является очень сложным в вычислительном плане и требует значительных вычислительных ресурсов. Наша задача – определение формы сонной артерии в зависимости от усилия в суставе, а также давления и объемного расхода крови. Следовательно, для упрощения решения задачи нет необходимости вычислять скорость в каждой точке потока или определять давление, напряжения в стенках сосуда и многие другие гидродинамические параметры, которые появляются при постановке и решении трехмерной задачи течения крови в сосуде. Из всех существующих моделей сердечно-сосудистой системы наиболее приближенной к реальности является динамическая модель пульсирующего течения несжимаемой жидкости в растяжимых трубках. В качестве упрощения будем использовать квазиодномерную модель течения вязкой несжимаемой жидкости по эластичной трубке. Данное упрощение широко использовано в работах Ю.В. Василевского [8, 66, 83], А.С. Холодова [49 50, 58], С.И. Мухина [1, 3, 7, 34].

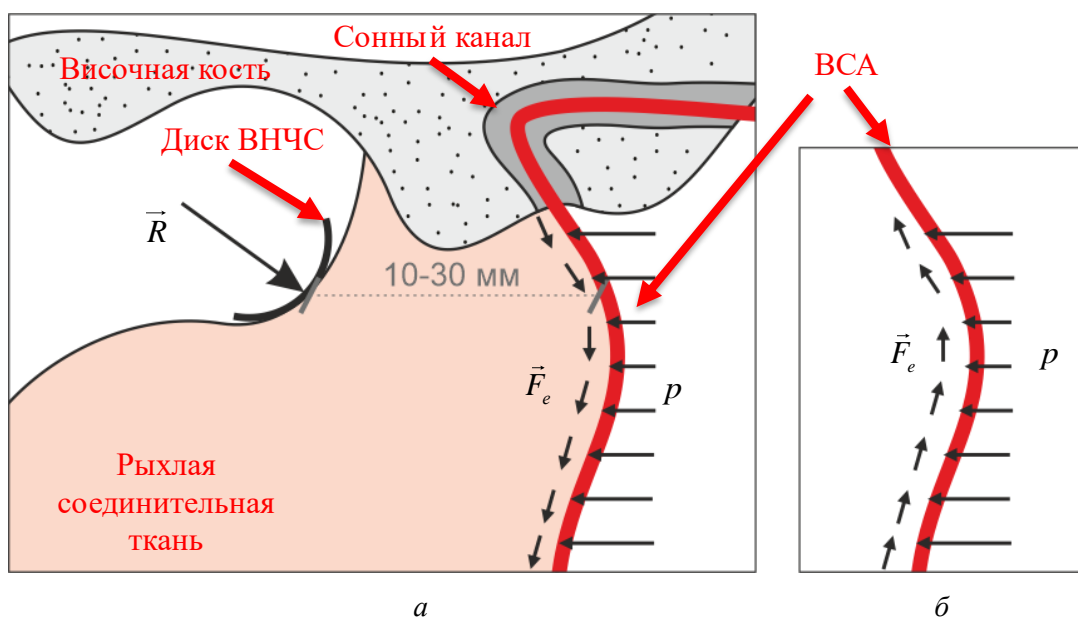


Рис. 9. Взаимосвязь двумерной задачи теории упругости (а) и квазиодномерной задачи течения крови (б): \vec{F}_e – сила взаимодействия тканей и стенки артерии; \vec{R} – сила реакции в суставе; p – давление внутри сонной артерии

Рассмотрим подробнее систему квазиодномерного движения крови в деформированной трубке переменного сечения.

Метод осреднения законов сохранения

Опишем алгоритм осреднения законов сохранения при переходе к одномерному случаю. Интегральные уравнения законов сохранения для произвольного объема [30]

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = \oint \rho(\vec{v}\vec{n})dS, \quad (1)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \vec{v} dV = \oint \rho \vec{v} (\vec{v} \vec{n}) dS + \oint p \vec{n} dS, \quad (2)$$

где p – давление; \vec{n} – единичный вектор внешней нормали к поверхности; ρ – плотность; \vec{v} – скорость; t – время; V – объем; S – площадь.

Квазиодномерное приближение использует следующие допущения: сечение сосуда слабо изменяется, и параметры жидкости постоянны в любом сечении канала, а вектор скорости коллинеарен оси канала. Для вывода уравнений приближения рассмотрим уравнения сохранения объёма между двумя торцевыми плоскостями (ТП), состоящими из левой (ЛТП) и правой (ПТП) и боковой поверхностью (БП) стенки, как показано на рис. 10. Таким образом, получаем интегральные уравнения (1) и (2) вида

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = \int_{ТП} \rho v dS, \quad (3)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \rho v dV = \int_{ТП} \rho v^2 dS + \int_{ТП} p dS - \int_{БП} p \sin \alpha dS. \quad (4)$$

Проведем сближение торцевых плоскостей при $\Delta x \rightarrow 0$ и разложим в ряд Тейлора с точностью до Δx :

$$\int_{ТП} f dS = \int_{ПТП} f dS - \int_{ЛТП} f dS = f(x + \Delta x) S(x + \Delta x) - f(x) S(x) \approx \frac{\partial(fS)}{\partial x} \Delta x. \quad (5)$$

Вычислим с точностью до $\Delta x \rightarrow 0$ интеграл по боковой поверхности при плоско- или осесимметричном случае [26]:

$$\int_{БП} p \sin \alpha dS \approx p \frac{dS}{dx} \Delta x. \quad (6)$$

В итоге имеем законы сохранения массы и изменения энергии в дифференциальной форме для квазиодномерного приближения:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho S) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v S) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v S) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v^2 S) + S \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

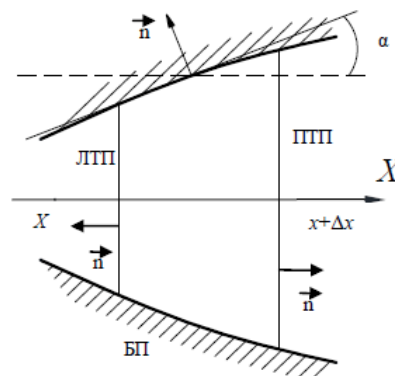


Рис. 10. Выделенный объём канала с условными обозначениями [26]

При постоянной плотности $\rho = \text{const}$ получаем

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(vS)}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial(vS)}{\partial t} + \frac{\partial(v^2 S)}{\partial x} + \frac{S}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

С учетом (9) (10) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) = 0. \quad (11)$$

Если в задаче присутствуют внешние силы, то система уравнений преобразуется [3]:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(vS)}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) = F_{\text{тр}} + F_e, \quad (13)$$

где $F_{\text{тр}}$ – сила трения потока крови о стенки сосуда; F_e – внешняя сила, например касательная внешняя сила, появляющаяся из-за воздействия височно-нижнечелюстного сустава.

Для замыкания системы уравнений необходимо учесть упругие свойства трубки, а именно связь трансмурального давления и площади поперечного сечения артерии, так называемое «уравнение состояния» [55]:

$$p(S) = p_0 + \rho c^2 f(S), \quad (14)$$

где ρ – плотность крови; c – скорость распространения малых возмущений, характеризующая жесткость стенки. Вид функции $f(S)$ зависит от типа и размера эластичного сосуда и определяется экспериментально для каждого типа артерии. В большинстве работ [8, 49, 50, 55, 58, 83] используется соотношение

$$f(S) = \begin{cases} \exp(S/S_0 - 1), & S > S_0, \\ \ln(S/S_0), & S \leq S_0, \end{cases} \quad (15)$$

где S_0 – площадь поперечного сечения трубки при нулевом трансмуральном давлении.

Краевые условия для течения крови по артерии

В качестве начальных условий для квазиодномерной задачи течения крови в сосуде задаются профили давления и скорости вдоль сосуда $0 \leq x \leq l$, где l – длина сосуда, при $t = 0$:

$$p(x, 0) = \varphi(x), \quad (16)$$

$$u(x, 0) = \psi(x), \quad (17)$$

где $\varphi(x)$, $\psi(x)$ – заданные функции.

На входе в артерию в качестве граничных условий можно задавать скорость кровотока:

$$u(0, t) = u_0(t), \quad (18)$$

или давление

$$p(0, t) = p_0(t), \quad (19)$$

или кровоток

$$Q(0, t) = Q_0(t). \quad (20)$$

Для того чтобы учесть работу сердца (пульсацию крови), на входе необходимо задавать граничное условие с периодом T в виде

$$u(0, t)S(0, t) = Q_{heart}(t), \quad (21)$$

а также задать периодичный закон в распределении давления и скорости в начальный момент времени (16), (17).

Итерационная процедура решения задачи упругости передачи усилия и течения по сосуду

При малых деформациях любой среды используются следующие уравнения теории упругости:

1. Уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i = 0, \quad (22)$$

где σ_{ij} – тензор напряжений; ρ – плотность; f_i – вектор плотности массовых сил.

2. Геометрические уравнения (формула Коши)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (23)$$

где ε_{ij} – тензор деформации; u_i – вектор перемещений.

3. Физические уравнения (закон Гука)

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (24)$$

где $\theta = \varepsilon_{kk}$ – относительное изменение объема; δ_{ij} – единичный симметричный тензор второго ранга; λ и μ – параметры Ламе, которые вычисляются как

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad (25)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (26)$$

где E – модуль упругости, или модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона.

В данной задаче применяются следующие граничные условия (рис. 11):

$$\sigma_{ij} n_j \Big|_{\Gamma_1} = R_i, \quad (27)$$

$$u_i \Big|_{\Gamma_2} = 0, \quad (28)$$

$$\sigma_{ij}n_j|_{\Gamma_3} = p_i, \quad (29)$$

$$\sigma_{ij}n_j|_{\Gamma_4} = 0, \quad (30)$$

$$\sigma_{ij}n_j|_{\Gamma_5} = 0, \quad (31)$$

$$\sigma_{ij}n_j|_{\Gamma_6} = 0. \quad (32)$$

На границе Γ_1 между капсулой сустава и рыхлой соединительной тканью задается усилие от височно-нижнечелюстного сустава. На границе Γ_2 между рыхлой соединительной тканью и височной костью задается жесткое закрепление. А на границе Γ_3 между рыхлой соединительной тканью и шейным сегментом внутренней сонной артерии задается профиль давления, появляющийся в артерии. Остальные границы Γ_4 , Γ_5 и Γ_6 – свободны.

При входе в сонный канал возможны два варианта: жесткое закрепление внутренней сонной артерии в сонном канале (рис. 11,б), тогда граничные условия имеют вид

$$u_i|_{\Gamma_7} = 0, \quad (33)$$

или свободный ход внутренней сонной артерии в сонном канале, тогда граничные условия

$$u_i n_i|_{\Gamma_7} = 0. \quad (34)$$

Зависимость закрепления артерии в сонном канале необходимо дополнительно исследовать.

Таким образом, имеем связанную задачу: квазиодномерную задачу гидродинамики (12)–(15) с граничными условиями (16)–(20) и задачу теории упругости (22)–(24) с граничными условиями (27)–(34). Задачи гидродинамики и теории

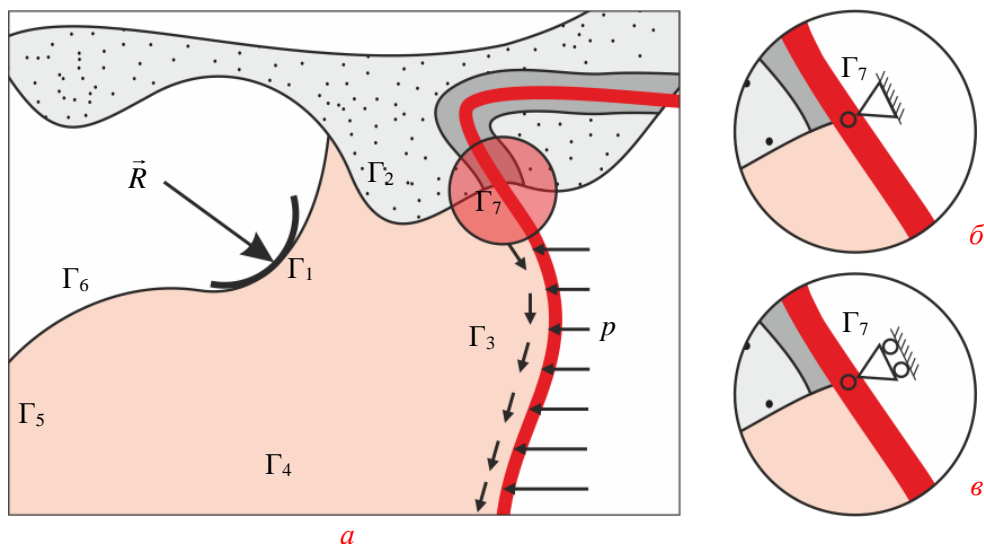


Рис. 11. Задача теории упругости о влиянии усилий, возникающих в височно-нижнечелюстном суставе, на внутреннюю сонную артерию: а – граничные условия, которые используются в данной работе; б – жесткое закрепление внутренней сонной артерии в сонном канале; в – проскальзывание внутренней сонной артерии в сонном канале

упругости связаны итерационно на каждом шаге по времени через давление p внутри артерии и силы F_e из уравнения (13). Подробности итерационной процедуры разобраны выше, в подразделе «Постановка математической задачи». Задача решается на установившемся во времени, результатами являются форма артерии, изменение площади поперечного сечения, падение давления на рассматриваемом участке артерии и объемный расход крови. Решение поставленной задачи дает возможность прогнозировать влияние изменения положения прикуса зубочелюстной системы человека, влияние биомеханических патологий в этой системе на движение крови в описываемом участке внутренней сонной артерии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе исследования литературных данных проведен анализ взаимодействия зубочелюстной системы человека и шейного отдела внутренней сонной артерии. Для количественного подтверждения гипотезы влияния усилий, возникающих в суставе, на сонную артерию авторами были проведены расчеты в программном пакете *ANSYS*. В работе рассмотрена новая постановка связанной задачи влияния усилий зубочелюстной системы человека на течение крови в шейном сегменте внутренней сонной артерии. Предложен итерационный алгоритм решения данной связанной задачи путем последовательного моделирования задач квазиодномерной гидродинамики и теории упругости в каждый момент времени. В дальнейшем авторами будет численно решена поставленная задача и проанализировано влияние усилий в височно-нижнечелюстном суставе на шейный сегмент внутренней сонной артерии в зависимости от ее закрепления, величины и угла приложения суставной нагрузки.

БЛАГОДАРНОСТИ

Постановка задачи биомеханического моделирования выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00589. Численная реализация алгоритма выполнена при поддержке Правительства Пермского края.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абакумов М.В., Гаврилюк К.В., Есикова Н.Б., Кошелев В.Б., Лукшин А.В., Мухин С.И., Соснин Н.В., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Математическая модель гемодинамики сердечно-сосудистой системы; ИПМ РАН. – М., 1996. – № 104. – 256 с.
2. Артюшкевич А.С. Заболевания височно-нижнечелюстного сустава // Современная стоматология. – 2014. – С. 11–14.
3. Ашметков И.В., Буничева А.Я., Лукшин В.А., Кошелев В.Б., Мухин С.И., Соснин Н.В., Фаворский А.П., Хруленко А.Б. Математическое моделирование кровообращения на основе программного комплекса CVSS // Компьютерные модели и прогресс медицины / под ред. О.М. Белоцерковского, И.В. Ашметкова, А.Я. Буничевой, В.А. Лукшина, В.Б. Кошелева, С.И. Мухина, Н.В. Соснина, А.П. Фаворского, А.Б. Хруленко. – М.: Наука, 2001. – С. 194–218.
4. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Часть 1. Малые деформации / под ред. А.П. Филина. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. – 600 с.
5. Белошников В.В., Курякина Н.В., Лапкин М.М., Потловская Р.В. Анатомо-физиологические особенности челюстно-лицевой области и методы её исследования. – М.: Медицинская книга, 2005. – 180 с.
6. Бондаренко К.К., Черноус Д.А., Шилько С.В. Биомеханическая интерпретация данных миоэлектрической активности скелетных мышц спортсменов // Российский журнал биомеханики. – 2009. – Т. 13, № 1 (43). – С. 7–17.
7. Буничева А.Я., Мухин С.И., Соснин Н.В., Хруленко А.Б. Математическое моделирование квазиодномерной гемодинамики // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. – 2015. – Т. 55, № 8. – С. 1417–1428.

8. Василевский Ю.В., Саламатова В.Ю., Симаков С.С. Об эластичности сосудов в одномерных моделях гемодинамики // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. – 2015. – Т. 55, № 9. – С. 1599–1610.
9. Вишневский А.Г., Андреев Е.М., Тимонин С.А. Влияние болезней системы кровообращения на демографическое развитие России // Аналитический вестник Совета Федерации Федерального Собрания РФ. – 2015. – С. 61–78.
10. Всемирный атлас профилактики сердечно-сосудистых заболеваний и борьбы с ними / под ред. С. Мендис, П. Пуска, Б. Норвинг; Всемирная организация здравоохранения – Женева, 2013. – 163 с.
11. Гажва С.И., Зызов Д.М., Шестопапов С.И., Касумов Н.С. Распространённость патологии височно-нижнечелюстного сустава у пациентов с частичной потерей зубов [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 6. – URL: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=23529> (дата обращения: 10.07.2020).
12. Гелетин П.Н. Дисфункция височно-нижнечелюстного сустава: этиология, патогенез и оптимизация терапии: клинично-экспериментальное исследование: автореф. дис. ... д-ра мед. наук: спец. 14.01.14; Саратов. гос. мед. ун-т им. В.И. Разумовского. – Саратов, 2016. – 38 с.
13. Долгов Д.А., Захаров Ю.Н. Моделирование движения вязкой неоднородной жидкости в крупных кровеносных сосудах // Вестн. Кемер. гос. ун-та. Сер. Математика. – 2015. – Т. 1, № 2 (62). – С. 30–34.
14. Доль А.В. Биомеханическое моделирование кровеносных сосудов с учетом мышечной активности стенок: автореф. дис. ...канд. ф.-м. наук: спец. 01.02.08. Саратов. нац. исслед. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. – Саратов, 2013. – 24 с.
15. Доль А.В., Гуляев Ю.П. Интегрирование основной системы уравнений динамики кровотока методом разделения переменных // Математика. Механика: сб. науч. трудов. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та. – 2011. – С. 140–143.
16. Доль А.В., Гуляев Ю.П. Математические модели гемодинамики кровотока с учетом работы распределенного сердца // Вестн. Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского / под ред. Р.Г. Стронгина. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та. – 2011. – С. 423–425.
17. Дьяченко А.И., Веремьева М.В., Фомина Е.С. Упругость и вязкость поверхностных тканей грудной клетки человека // Российский журнал биомеханики. – 2017. – Т. 21, № 2. – С. 188–200.
18. Зербино Д.Д., Кузык Ю.И. Деформации внутренних сонных артерий: проблемы этиологии, патогенеза и морфогенеза // Серце і судини. – 2014. – № 1. – С. 97–105.
19. Ибрагимова Р.С., Мирзакулова У.Р., Беклемишева Н.И., Аубакирова Р., Джумаева Э. Биомеханические показатели крови при синдроме дисфункции височно-нижнечелюстного сустава // Вестник КазНМУ. – 2014. – № 5. – С. 217–220.
20. Исайкин А.И., Смирнова Д.С. Дисфункция височно-нижнечелюстного сустава // Регулярные выпуски «РМЖ». – 2017. – № 24. – С. 1750–1755.
21. Капанджи А.И. Позвоночник. Физиология суставов. – 6-е изд. – М.: Эксмо, 2009. – Т. 3. – 337 с.
22. Каплан М.Л., Бонцевич Д.Н., Шилько С.В. Роль локальных нарушений гемодинамики при патологической извитости сонных артерий в развитии сосудистой мозговой недостаточности // Российский журнал биомеханики. – 2015. – Т. 19, № 1. – С. 8–24.
23. Карелина А.Н. Синдром болевой дисфункции височно-нижнечелюстного сустава: клинично-психологические аспекты, диагностика и лечение: дис. ... канд. мед. наук: спец. 14.01.14. Моск. гос. медико-стоматологический ун-т им. А. И. Евдокимова. – М., 2017. – 24 с.
24. Клиническая картина и диагностика височно-нижнечелюстного сустава и жевательных мышц. Ч. 2 [Электронный ресурс]. – URL: <http://smile-center.com.ua/ru/articles/klinicheskaya-kartina-i-dagnostika-vysoch-nizhn-sustava-i-zhev-mywc-chast2> (дата обращения: 10.07.2020).
25. Козлов Д.Л., Вязьмин А.Я. Этиология и патогенез синдрома дисфункции височно-нижнечелюстного сустава // Сибирский медицинский журнал. – Иркутск, 2007. – С. 5–7.
26. Косолапов Е.А., Солонников М.Д. Квазиодномерное приближение для расчета течений газа в каналах энергетических установок // Труды Нижегород. гос. техн. ун-та им. Р.Е. Алексеева. – 2013. – № 5(102). – С. 260–267.
27. Коссович Л.Ю., Морозов К. М., Павлова О. Е. Биомеханика сонной артерии человека с патологической извитостью // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2013. – Т. 13, № 3. – С. 76–82.
28. Кузык Ю.И., Иванов Д.В., Доль А.В. Биомеханическое моделирование поведения патологической извитости внутренних сонных артерий // ВІСНИК ВДНЗУ «Українська медична стоматологічна академія». – Т. 16, № 3. – С. 160–165.
29. Лайтхилл Дж. Математическая биогиродинамика. – М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014. – 408 с.
30. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988. – 736 с.

31. Лобов М.А., Казанчян П.О., Иллариошкин С.Н., Чететкин А.О., Валиков Е.А, Сидорова О.П., Тараканова Т.Ю., Лотарева М.А., Борисова М.Н. Врожденная патологическая извитость внутренней сонной артерии: популяционный скрининг и генетические аспекты // *Анналы клинической и экспериментальной неврологии*. – 2007. – Т. 1, № 4. – С. 5–9.
32. Макаров А.И., Байриков И.М., Буланов С.И. *Анатомия сосудов и нервов головы и шеи. Сер. «Высшее образование»*. – Ростов н/Д: Феникс, 2005. – 160 с.
33. Мельников И.Ю., Григоричева Е.А., Яшина Л.М., Бондарева Ю.Л., Зонова В.А., Яшин Д.А. Эластические свойства сонных артерий у пациентов с различными сердечно-сосудистыми заболеваниями // *Человек. Спорт. Медицина*. – 2011. – С. 95–99.
34. Мухин С.И., Соснин Н.В., Фаворский А.П. Хруленко А.Б. Линейный анализ волн давления и скорости в системе эластичных сосудов. – М.: Макс-Пресс, 2001. – 36 с.
35. Мягкое небо – Soft palate [Электронный ресурс]. – URL: https://ru.qwe.wiki/wiki/Soft_palate (дата обращения: 10.07.2020).
36. Никитин В.Н. Биомеханическое моделирование коррекции прикуса зубочелюстной системы человека: дис. ...канд. ф.-м. наук: спец. 01.02.08. Саратов. нац. исслед. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. – Саратов, 2017. – 158 с.
37. Никитин, В. Н., Тверье В. М., Няшин Ю. И., Оборин Л. Ф. Реакция височно-нижнечелюстного сустава и усилия жевательных мышц // *Российский журнал биомеханики*. – 2014. – Т. 18, № 2. – С. 194–207.
38. Оборин Л.Ф., Патлусова Е.С. Взаимодействие биомеханических и гемодинамических факторов при повреждении височно-нижнечелюстного сустава врождённого и приобретённого происхождения // *Российский журнал биомеханики*. – 2009. – Т. 13, № 4 (46). – С. 94–106.
39. Оборин Л.Ф., Шмурак М.И. О механизме влияния коллатерального кровообращения головного мозга на развитие атрофических, болевых и других синдромов зубочелюстной системы // *Российский журнал биомеханики*. – 2010. – Т. 14, № 1 (47). – С. 65–74.
40. Осоргина Л.Ю. Математическое моделирование механического поведения сонной артерии при наличии патологии: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.13.18; Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь; 2011. – 15 с.
41. Павлова О.Е. Биомеханическое исследование патологической извитости внутренней сонной артерии: автореферат дис. ... канд. ф.-м. наук: спец. 01.02.08; Саратов. нац. исслед. гос. ун-т им. Н.Г. Чернышевского. – Саратов, 2013. – 24 с.
42. Павлова О.Е., Иванов Д.В., Грамакова А.А., Морозов К.М., Суслов И.И. Гемодинамика и механическое поведение бифуркации сонной артерии с патологической извитостью // *Изв. Саратов. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика* – 2010. – Т. 10, № 2. – С. 66–73.
43. Привес М.Г., Лысенков Н.К., Бушкович В.И. *Анатомия человека: учебник для медицинских вузов и факультетов*. – М.: Медицина, 1985. – 672 с.
44. Пуцилло М.В., Винокуров А.Г., Белов А.И. *Нейрохирургическая анатомия*. – М.: Антитор, 2002. – Т. 1. – 205 с.
45. Родин Ю.В. Исследование потоков крови при патологической S-образной извитости сонных артерий [Электронный ресурс] // *Междунар. неврологический журн.* – 2006. – Т. 4, № 8. – URL: <http://www.mif-ua.com/archive/article/2465> (дата обращения: 10.07.2020).
46. Самсонова А.В., Борисевич М.А., Барникова И.Э. Изменение механических свойств скелетных мышц под влиянием физической нагрузки // *Учен. зап. ун-та им. П.Ф. Лесгафта*. – 2017. – С. 221–224.
47. Сапин М.Р., Бочаров В.Я., Никитюк Д.Б., Сатюкова Г.С., Селин Ю.М., Спириин Б.А. *Анатомия человека: в 2 т. Т. 2*. – М.: Медицина, 2001. – 640 с.
48. Семенов Р.Р., Гандылян К.С., Караков К.Г., Карпов С.М., Шарипов Е.М. Клинико-диагностические аспекты патологии височно-нижнечелюстного сустава // *Вестн. мед. стомат. ин-та*. – М., 2012. – № 3. – С. 22–25.
49. Симаков С.С., Холодов А.С. Численное исследование содержания кислорода в крови человека при низкочастотных воздействиях // *Математическое моделирование*. – 2008. – Т. 20, № 4. – С. 87–102.
50. Симаков С.С., Холодов А.С., Евдокимов А.В. Методы расчета глобального кровотока в организме человека с использованием гетерогенных вычислительных моделей // *Медицина в зеркале информатики*. – М.: Наука, 2008. – С. 124–170.
51. Славичек Р. *Жевательный орган. Функции и дисфункции*. – М.: Азбука стоматолога, 2008. – 543 с.
52. Тверье В.М., Никитин В.Н. Задача коррекции прикуса в зубочелюстной системе человека // *Российский журнал биомеханики*. – 2015. – Т. 19, № 4. – С. 344–358.
53. Тимофеев А.А., Максимча С.В., Липа С.В. Височно-нижнечелюстной комплекс здоровых людей в изображениях на спиральных компьютерных томограммах // *Челюстно-лицевая хирургия и хирургическая стоматология*. – 2011. – № 3. – С. 121–124.

54. Устинов Ю.А., Панфилов И.А. Некоторые задачи для цилиндрической оболочки с винтовой анизотропией // *Вестн. Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского*. – 2011. – № 4. – С. 1817–1818.
55. Физиология кровообращения. Физиология сосудистой системы / под ред. Б.И. Ткаченко. – Л.: Наука: Ленингр. отд-ние, 1984. – 652 с.
56. Хайкова М.И. Изменение механических свойств скелетных мышц при развитии ими напряжения: дис. ... канд. биол. наук: спец. 03.00.13. – М., 1984. – 176 с.
57. Харченко В.И., Какорина Е.П., Корякин М.В., Вирин М.М., Ундритов В.М., Смирнова Н.Л., Онищенко П.И., Потиевский Б.Г., Михайлова Р.Ю. Смертность от болезней системы кровообращения в России и экономически развитых странах // *Рос. кардиол. журн.* – 2005. – № 2. – С. 5–17.
58. Холодов А.С. Некоторые динамические модели внешнего дыхания и кровообращения с учетом их связности и переноса веществ // *Компьютерные модели и прогресс медицины* / под ред. О.М. Белоцерковского, А.С. Холодова – М.: Наука, 2001. – С. 127–163.
59. Чегин А.Д., Дудий Н.Ф. Клинико-рентгенологические параллели при синдроме дисфункции височно-нижнечелюстного сустава и шеи // *Стоматология: респуб. сб.* – Киев, 1991. – Т. 26. – С. 95–98.
60. Шилько С.В., Кузьминский Ю.Г., Саливончик С.П. Расчет характеристик пульсовой волны с учетом деформаций кровеносных сосудов // *Российский журнал биомеханики*. – 2001. – Т. 5, № 1. – С. 88–94.
61. Шитов И.Д., Тверье В.М., Словиков С.В., Вильдеман В.Э. Экспериментальное определение механических свойств рыхлой соединительной ткани свиньи // *Российский журнал биомеханики*. – 2019. – Т. 23, № 4. – С. 613–622.
62. Alnaes M.S., Isaksen J., Mardal K.A., Romner B., Morgan M.K., Ingebrigtsen T. Computation of hemodynamics in the circle of Willis // *Stroke*. – 2007. – no. 38. – P. 2500–2505.
63. Bessonov N., Sequeira A., Simakov S., Vassilevski Yu., Volpert V. Methods of blood flow modelling // *Mathematical Modeling of Natural Phenomena*. – 2016. – Vol. 11, no. 1. – P. 1–25.
64. Bosboom E.M.H., Hesselink M.K.C., Oomens C.W.J., Bouten C.V.C., Drost M.R., Baaijens F.P.T. Passive transverse mechanical properties of skeletal muscle under in vivo compression // *J. of Biomechanics*. – 2001. – Vol. 34. – P. 1365–1368.
65. Bouthillier A., van Loveren H. Segments of the internal carotid artery: A new classification // *Neurosurgery*. – 1996. – Vol. 38. – P. 425–433.
66. Burenchev D.V., Kopylov F. Yu., Bykova A. A., Gamilov T. M., Gognieva D. G., Simakov S. S., Vasilevsky Yu. V. Mathematical modelling of circulation in extracranial brachiocephalic arteries at pre-operation stage in carotid endarterectomy // *Russian Journal of Cardiology*. – 2017. – Vol. 144, no. 4. – 8892 p.
67. Fereidoonzhad B., Naghdabadi R., Sohrabpour S., Holzapfel G.A. A mechanobiological model for damage-induced growth in arterial tissue with application to in-stent restenosis // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2017. – no. 101. – P. 311–327.
68. From A.N. *Anatomy of the human body* by Henry Gray. – Philadelphia and New York: Lea & Fibiger, 1918.
69. Goulet J.P., Lavigne G.J., Lund J.P. Jaw pain prevalence among french-speaking Canadians in Quebec and related symptoms of temporomandibular disorders // *Journal of Dental Research*. – 1995. – no. 74. – P. 1738–44.
70. Gultekin O., Dal H., Holzapfel G.A. A phase-field approach to model fracture of arterial walls: theory and finite element analysis // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Special issue "Phase Field Approaches to Fracture"*. – 2016. – no. 312. – P. 542–566.
71. Han H.C. A biomechanical model of artery buckling // *Journal of Biomechanics*. – 2007. – no. 40. – P. 3672–3678.
72. Hoeijmakers M.J.M.M., Silva Soto D.A., Waechter-Stehle I., Kasztelnik M., Weese J., Hose D.R., van de Vosse F.N. Estimation of valvular resistance of segmented aortic valves using computational fluid dynamics // *Journal of Biomechanics*. – 2019. – no. 94. – P. 49–58.
73. IMAIOS – медицинские и обучающие веб-сайты для специалистов в области здравоохранения [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.imaios.com/ru> (дата обращения: 10.07.2020).
74. Jou Y.-T. Dental deafferentation and brain damage: A review and a hypothesis // *Kaohsiung Journal of Medical Sciences*. – 2018. – no. 34. – P. 231–237.
75. Khamdaeng T., Luo J., Vappou J., Terdtoon P., Konofagou E.E. Arterial stiffness identification of the human carotid artery using the stress-strain relationship in vivo // *Ultrasonics*. – 2012. – Vol. 52, no. 3. – P. 402–411.
76. Ku J.P., Elkins C.J., Taylor C.A. Comparison of CFD and MRI flow and velocities in an in vitro large artery bypass graft model // *Ann. Biomed. Eng.* – 2005. – Vol. 33, no. 3. – P. 257–269.
77. Laening M.S., Pullen H.E., Carson E., Finkelshtein L. Modelling a complex biological system: the human cardiovascular system. Part 1. Methodology and model description // *Trans. Inst. MC*. – 1883. – Vol. 5, no. 2. – P. 71–86.
78. Liu Q., Han H.C. Mechanical buckling of artery under pulsatile pressure // *Journal of Biomechanics*. – 2012. – no. 45. – P. 1192–1198.

79. Moeller T.B., Reif E. Pocket atlas of sectional anatomy. Vol. 1. – New York: Thieme Verlagsgruppe, 2013. – 247 p.
80. Sigaeva T., Sommer G., Holzapfel G.A., Di Martino E.S. Anisotropic residual stresses in arteries // Journal of the Royal Society Interface. – 2019. – no. 16. – P. 1–12.
81. Simakov S., Gamilov T., Soe Y.N. Computational study of blood flow in lower extremities under intense physical load // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. – 2013. – Vol. 28, no. 5. – P. 485–503.
82. Simakov S.S., Gamilov T.M. Computational study of the cerebral circulation accounting for the patient-specific anatomical features // Smart Modelling for Engineering Systems: Proceedings of the Conference 50 Years of the Development of Grid-Characteristic Method. – Springer, 2018. – P. 299–324.
83. Vassilevski Yu., Salamatova V., Simakov S. On the elasticity of blood vessels in one-dimensional problems of hemodynamics // J. Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2015. – Vol. 55, no. 9. – P. 1567–1578.
84. Wang L., Zhao F., Wang D., Hu S., Liu J., Zhou Z., Lu L., Qi P., Song S. Pressure drop in tortuosity / kinking of the internal carotid artery: simulation and clinical investigation // BioMed Research International. – 2016. – Vol. 2016. – P. 1–8.
85. Younis H.F., Kaazempur-Mofrad M. R., Chung C., Chan R. C., Kamm R. D. Computational analysis of the effects of exercise on hemodynamics in the carotid bifurcation // Annals of Biomedical Engineering. – 2003. – Vol. 31. – P. 995–1006.

BIOMECHANICAL MODELLING OF THE TEMPOROMANDIBULAR JOINT FORCES INFLUENCE ON THE INTERNAL CAROTID ARTERY

V.M. Tverier, I.D. Shitoev, Y.I. Nyashin (Perm, Russian Federation)

Currently, cardiovascular diseases in many cases can cause premature death (up to 40 % of deaths). In the literature, there are observations about the effect of the temporomandibular joint dysfunction on the state of the cervical portion of the internal carotid artery. Under the influence of the load in the joint, bends and, possibly, looping are formed in the artery, which lead to a decrease in the volume of cerebral circulation and the development of a stroke. To date, there is no strict description of the maxillofacial influence in general and the temporomandibular joint in particular on the brain nutrition, which for the most part goes through the internal carotid artery (up to 80 % of the total blood volume). For the quantitative assessment of the loads influence on blood flow, the model example is considered, and it is shown the 34 % decrease in the carotid artery opening due to forces in the temporomandibular joint. To confirm the hypothesis and explain the action of the effect of loads, it is necessary to develop the biomechanical model of the internal carotid artery and the temporomandibular joint interaction. This study is complicated by the variability of the living structures characteristics from person to person. In the article, it is provided the detailed description of this problem, proposed the formulation of the loading coupled problem on the branch of the carotid artery by forces in the joint and blood flow in this part of the artery and the algorithm for solving this problem through averaging and simplifying the model. The iterative procedure for interaction in the elasticity theory problems and the averaged blood flow problem are presented.

Key words: temporomandibular joint, internal carotid artery, biomechanical modelling, quasi-one-dimensional approximation of blood flow.

Получено 30 июля 2020