

DOI: 10.15593/RZhBiomech/2018.3.03  
УДК 533: 612.2



## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЗАПЫЛЕННОГО ВОЗДУХА В РЕСПИРАТОРНОМ ТРАКТЕ

П.В. Трусов<sup>1,2</sup>, Н.В. Зайцева<sup>1</sup>, М.Ю. Цинкер<sup>1</sup>, А.В. Бабушкина<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Федеральный научный центр медико-профилактических технологий управления рисками здоровью населения, Россия, 614000, Пермь, ул. Монастырская, 82, email: cinker@fcrisk

<sup>2</sup> Кафедра математического моделирования систем и процессов Пермского национального исследовательского политехнического университета, Россия, 614000, Пермь, Комсомольский проспект, 29

<sup>3</sup> Кафедра механики композиционных материалов и конструкций Пермского национального исследовательского политехнического университета, Россия, 614000, Пермь, Комсомольский проспект, 29

**Аннотация.** Статья посвящена исследованию нестационарного течения и оседания запыленного воздуха (многофазной смеси газов и твердых частиц) в крупных нижних дыхательных путях в рамках разработки математической модели дыхательной системы человека. Исследуется содержание во вдыхаемом воздухе взвешенных частиц *PM 10* (диаметр частиц менее 10 мкм) оксида алюминия на уровне норматива предельно допустимых среднесуточных концентраций. Несущая фаза описывается моделью вязкой жидкости; твердые частицы являются отдельными включениями различного размера, для которых записываются отдельные уравнения; полагается, что твердые частицы имеют сферическую форму. Расчеты параметров течения были выполнены с использованием программного продукта *ANSYS CFX*. Получены параметры течения газовой смеси с твердыми частицами, приведены поля скоростей и траектории движения твердых частиц различных размеров во время вдоха в различные моменты времени. Результаты, полученные с помощью подмодели движения воздуха в крупных нижних воздухоносных путях человека, являются входной информацией для моделирования движения газозвеси в легких человека. Кроме того, полученные результаты могут быть использованы для решения задач по оценке риска здоровью человека от действия взвешенных частиц, осевших в нижних воздухоносных путях человека. Дальнейшее развитие модели предполагает совместное решение задач газодинамики в дыхательных путях человека и распространения воздуха в упругодеформируемой насыщенной пористой среде легких человека.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, газодинамика, дыхательная система, взвешенные частицы, респираторный тракт человека.

### ВВЕДЕНИЕ

Согласно данным федеральной службы государственной статистики за 2016 г. болезни органов дыхания в Российской Федерации занимают первое место (44,77%) среди всех классов болезней [9]. В настоящее время доказано негативное воздействие на состояние здоровья дыхательной системы неблагоприятной санитарно-гигиенической обстановки [8, 11, 12, 14, 18, 29], в том числе запыленности воздуха

---

© Трусов П.В., Зайцева Н.В., Цинкер М.Ю., Бабушкина А.В., 2018

Трусов Петр Валентинович, д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой, г.н.с. отдела математического моделирования систем и процессов, Пермь

Зайцева Нина Владимировна, академик РАН, д.м.н., профессор, научный руководитель, Пермь

Цинкер Михаил Юрьевич, м.н.с. отдела математического моделирования систем и процессов, Пермь

Бабушкина Анна Викторовна, к.т.н., доцент кафедры, Пермь

[40, 54]. Разработке эффективных методов лечения и профилактики заболеваний органов дыхания способствует понимание механики процесса дыхания, механизмов накопления функциональных нарушений при ингаляционном поступлении химических веществ с вдыхаемым воздухом.

Существующие лабораторные и инструментальные методы исследования дыхательной системы [7, 34] дают определенное представление об актуальном состоянии здоровья пациента на момент измерения, но не дают возможности прогнозировать изменение этого состояния на сколь-нибудь длительный период. Значительно бóльший интерес представляет построение эволюционных моделей, позволяющих прогнозировать изменение состояния здоровья человека в зависимости от различных воздействий окружающей среды, в том числе таких, которые не всегда возможно воспроизвести в натуральных испытаниях. Наиболее перспективным для решения указанной проблемы является создание математической модели дыхательной системы человека, позволяющей оценивать поступление веществ из окружающей среды в организм человека, имитировать негативное действие факторов среды обитания на организм человека и строить прогнозы функционального состояния дыхательной системы человека.

Научным коллективом, к которому принадлежат авторы статьи, разрабатывается многоуровневая математическая модель для описания эволюции функциональных нарушений в организме человека с учетом влияния внешнесредовых факторов [23]. В данной многоуровневой модели человеческий организм представлен конечным набором органов и систем, взаимосвязанных между собой (модель макроуровня). В настоящее время разрабатываются подмодели дыхательной системы [25], пищеварительной системы [62], системы нейроэндокринной регуляции [68], которые в силу своей сложности сами представляют отдельные модели (мезоуровня).

На предыдущем этапе разработки модели мезоуровня дыхательной системы сформулированы концептуальная и математическая постановки задачи, учитывающие воздействие факторов среды обитания [25]. Математическая модель дыхательной системы, в свою очередь, состоит из нескольких подмоделей, взаимосвязанных между собой: подмодель движения воздуха в крупных воздухоносных путях; подмодель распространения воздуха в деформируемой насыщенной пористой среде легких; подмодель газообмена через биологическую мембрану. Получены результаты стационарного течения воздуха (многокомпонентной смеси газов) при спокойном дыхании и форсированном вдохе в первых четырех генерациях крупных воздухоносных путей здорового человека в предположении дыхания в условиях отсутствия запыленности [30]. Течение воздуха по крупным воздухоносным путям описывалось системой уравнений Эйлера, дополненной уравнением состояния идеального газа.

При исследовании дыхания в реальных (в том числе в запыленных) условиях возникает необходимость рассмотрения многофазного течения смеси газов и твердых частиц. Воздух в общем случае представляет собой газовзвесь – многокомпонентную смесь с твердыми частицами. Наличие взвешенных частиц, содержащихся в воздухе рабочей зоны предприятий машиностроения, черной и цветной металлургии, нефтехимических, горнодобывающих, горно-перерабатывающих, строительных производств оказывает непосредственное негативное влияние на здоровье работников. При этом, оседая на стенках воздухоносных путей, взвешенные частицы начинают оказывать негативное влияние на состояние здоровья уже в их верхних отделах [3]. Попадая глубже в респираторный тракт, взвешенные частицы поражают бронхи, вызывают заболевания легких человека, способствуют обострению хронических

заболеваний. В связи с вышесказанным в предлагаемой статье особое внимание уделено исследованию нестационарного течения многофазной смеси газов и твердых частиц в крупных нижних воздухоносных путях человека, оседанию взвешенных частиц различного размера в респираторном тракте.

### **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЫХАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА**

В эпидемиологических исследованиях широко используются статистические модели, позволяющие определять причинно-следственные связи на популяционном уровне. Такие модели наиболее часто применяются в доказательной медицине, дыхательная система в них представлена «черным ящиком» в системах «атмосферный воздух – черный ящик – заболеваемость» или «атмосферный воздух – черный ящик – кровь» [8, 19]. На основе зависимостей доза – эффект доказано влияние взвешенных частиц на увеличение смертности и заболеваемости населения болезнями органов дыхания, системы кровообращения [35, 40, 54, 58, 59]. Такие модели позволяют определять достоверные зависимости между содержанием загрязняющих веществ в атмосферном воздухе и отклонениями в показателях здоровья, но не позволяют анализировать процессы, происходящие внутри системы.

Дыхательные пути человека, по сути, являются протяженными биологическими каналами сложной формы. Древовидная структура нижних дыхательных путей обладает свойством самоподобия, для описания структуры легких распространено применение фрактальной геометрии [6, 16, 24, 67]. В механике дыхания используются модели различного уровня сложности с точки зрения учета тех или иных механических процессов. В настоящее время широко используются камерные [15, 47, 48] и одномерные модели [45, 55]. Математические модели дыхательной системы, основанные на системе графов, представлены в работах [32, 33].

С интенсивным развитием средств и методов вычислительной газовой динамики особый интерес стали вызывать трехмерные модели течения воздуха, рассматриваемого как многокомпонентная смесь газов, движущаяся в каналах сложной формы [36, 37, 43, 44, 48, 60–62, 64–66, 70–73]. С развитием вычислительных мощностей количество рассматриваемых каналов воздухоносных путей увеличилось с семи [37] до 1400 [44]. Исследованию течения воздуха в верхних воздухоносных путях посвящены работы [4, 28, 31]. В современных математических моделях наблюдается тенденция к персонификации, рассматривается реальная трехмерная геометрия легких, которая восстанавливается на основе литературных данных или снимков, полученных с помощью магнитно-резонансной томографии.

При моделировании воздействия взвешенных частиц на организм человека особый интерес вызывают модели переноса частиц в воздухоносных путях [38, 46, 53]. Цитируемые работы вызывают интерес с точки зрения моделирования процесса дыхания в запыленных условиях и моделирования переноса лекарственных веществ.

Среди моделей, описывающих перенос и оседание взвешенных частиц в воздухоносных путях, можно выделить аналитические и численные. Аналитические модели в основном сосредоточены на оценивании оседания частиц на стенках воздухоносных путей. Данный подход основан на разделении механизмов оседания (инерционное оседание, седиментация и диффузия) и определения вероятности оседания частиц как функции от характеристик частиц и каналов [51].

Численные модели, описывающие транспорт и оседание частиц, как правило, базируются на методах и подходах вычислительной гидродинамики. При численном моделировании находят применение два основных подхода: Эйлера и Лагранжа. В эйлеровом подходе воздух (многокомпонентная смесь газов) и твердые частицы

рассматриваются как взаимопроникающие континуумы. При этом течение описывается обычными уравнениями гидродинамики (для смеси и/или отдельных компонент) с дополнительными членами, учитывающими межфазное взаимодействие [26].

По сравнению с подходом Эйлера, применение подхода Лагранжа для моделирования поведения дисперсной фазы позволяет описывать поведение отдельных частиц в различные моменты времени, имеет преимущества при описании массо- и теплообмена, но оказывается менее эффективным с вычислительной точки зрения, особенно при моделировании большого количества частиц и использовании модели турбулентности. На практике применимость данного подхода ограничивается содержанием дисперсной фазы не более 10% по объему.

Среди моделей движения газозвеси в респираторном тракте эйлеров подход можно встретить в [49, 50, 69, 72], лагранжев – в [39, 42, 52, 74]. В моделях обычно исследуются частицы сферической формы, коагуляция частиц не рассматривается.

Отложение ингалированных частиц на стенках воздухоносных путей определяется в основном тремя физическими механизмами: седиментацией, импакцией и диффузией [20]. Гравитационная седиментация (осаждение) – равномерное прямолинейное движение частиц в направлении действия силы тяжести при уравнивании силы тяжести силой сопротивления вязкой среды – описывается законом Стокса. Импакция (инерционное осаждение) частицы происходит при резком изменении направления воздушного потока (вблизи изгиба воздушного канала), когда частица продолжает движение в прежнем направлении и ударяется о поверхность слизистой дыхательных путей. Диффузионный механизм связан с хаотическим движением мельчайших частиц, размеры которых соизмеримы с длиной свободного пробега газовых молекул и которые поэтому оказываются под неуравновешенными ударами последних. Чем интенсивнее такое хаотическое движение частицы и чем ближе ее среднее положение к поверхности слизистой, тем выше вероятность ее соударения с этой поверхностью и отложения на ней.

Частицы размером 10–15 мкм эффективно оседают в верхних воздухоносных путях; размером 5–10 мкм – в крупных нижних воздухоносных путях; частицы меньшего размера – в мелких нижних воздухоносных путях [69]. В верхних и крупных нижних воздухоносных путях эффективен механизм инерционного оседания (для крупных частиц), в более мелких бронхах – гравитационной седиментации (для крупных и средних), в респираторном отделе и альвеолах – диффузионный механизм оседания.

При моделировании движения газозвеси в дыхательных путях обычно используют лагранжев подход для описания движения частиц более 5 мкм в верхних и крупных нижних воздухоносных путях. Лагранжев подход также используют при моделировании доставки лекарственных средств, аэрозолей, которые способны повлиять на поток несущей фазы. Эйлеров подход обычно используют для описания поведения более мелких частиц в респираторном отделе и альвеолах под действием броуновской силы, где инерция частиц незначительна [51].

### КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА

Вдыхаемый атмосферный воздух представим многокомпонентной (гомогенной) смесью газов (несущая фаза), в которой присутствуют твердые частицы (несомая фаза). С точки зрения решения задач по оценке рисков здоровью актуально рассмотрение концентрации взвешенных частиц (*PM* – *weighted particulate matter*) диаметром менее 10 мкм (*PM* 10), при этом особое внимание уделяют частицам диаметром менее 2,5 мкм (*PM* 2,5). Предельно допустимое содержание *PM* 10 и *PM* 2,5 в атмосферном воздухе определяется действующими в РФ гигиеническими нормативами для общих

взвешенных веществ [5]. Предотвращение острого влияния за короткий период (до 20 мин) атмосферных загрязнений на здоровье обеспечивается соблюдением норматива предельно допустимых максимально разовых концентраций ( $\text{ПДК}_{\text{МР}}$ ) ( $\text{ПДК}_{\text{МР}}^{\text{PM}10} = 0,3 \text{ мг/м}^3$ ;  $\text{ПДК}_{\text{МР}}^{\text{PM}2.5} = 0,16 \text{ мг/м}^3$ ), хронического влияния – предельно допустимых среднесуточных концентраций ( $\text{ПДК}_{\text{СС}}^{\text{PM}10} = 0,06 \text{ мг/м}^3$ ;  $\text{ПДК}_{\text{СС}}^{\text{PM}2.5} = 0,035 \text{ мг/м}^3$ ). Объемная доля несомой фазы много меньше несущей фазы и составляет около  $2 \cdot 10^{-7}$  (при уровне предельно допустимых концентраций).

Несущая фаза описывается моделью вязкой жидкости; твердые частицы являются отдельными включениями различного размера, для которых записываются отдельные уравнения; полагается, что твердые частицы имеют сферическую форму. Предполагается, что между фазами обмен массы не происходит. Твердые частицы распределяются по размеру по нормальному закону распределения в интервале от 0 до 10 мкм.

В верхних воздухоносных путях вдыхаемый воздух нагревается, в данной статье используется гипотеза, что на входе в трахею температура воздуха составляет  $36,6 \text{ }^\circ\text{C}$ , теплообмен в нижних воздухоносных путях не происходит.

Дыхание является нестационарным процессом, движение воздуха осуществляется за счет разности давлений между атмосферой и легкими. У здоровых людей внутриальвеолярное давление при спокойном дыхании изменяется на 1 см вод. ст. (98 Па) [27]. Один цикл дыхания (вдох – выдох) у человека в среднем занимает 4 с.

На входе в трахею во время всего процесса дыхания задается давление, равное атмосферному ( $p^{\text{atm}}$ ). Давление на выходе из системы бронхов равно давлению на входе в легкие ( $p^{\text{lung}}(t)$ ) и изменяется по периодическому закону. Давление на выходе из бронхов,  $p^{\text{lung}}$ , Па, изменяется по периодическому закону

$$p^{\text{lung}} = 101325 - 98 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right), \quad (1)$$

где  $t$  – время, с.

В начальный момент времени ( $t = 0$ ) давление однородно и равно атмосферному, скорость течения воздуха равна нулю. В сечениях входа и выхода касательные составляющие вектора напряжения равны нулю. Амплитуда изменения давления на выходе из системы бронхов составляет 98 Па. Время с 0 до 2 с соответствует фазе вдоха. При  $t = 1$  с достигается наименьшее давление в легких ( $101\,325 - 98 = 101\,227$  Па). Момент времени  $t = 2$  является концом вдоха. Время от 2 до 4 с соответствует фазе выдоха.

Предполагается, что стенки бронхов покрыты высоковязким слоем, не проницаемым для газа, при контакте с которым твердые частицы гасят скорость и останавливаются. Для рассмотрения оседания взвешенных частиц в воздухоносных путях будем рассматривать только фазу вдоха. Механизмы самоочищения бронхов и легких от твердых частиц в рамках данной статьи не учитываются.

Рассматривается движение газовой взвеси в крупных нижних воздухоносных путях (первые четыре генерации, начиная с трахеи). Трехмерная геометрия первых четырех генераций нижних дыхательных путей была воссоздана на основе известных литературных данных [1, 2, 10, 13, 17, 22] и консультаций специалистов – практикующих врачей. На рис. 1 представлены воссозданная трехмерная геометрия воздухоносных путей в аксонометрии (вид спереди), а также обозначения областей и их границ. Трехмерная геометрия была создана с использованием универсального CAD-редактора *AnsysDesignModeler*.

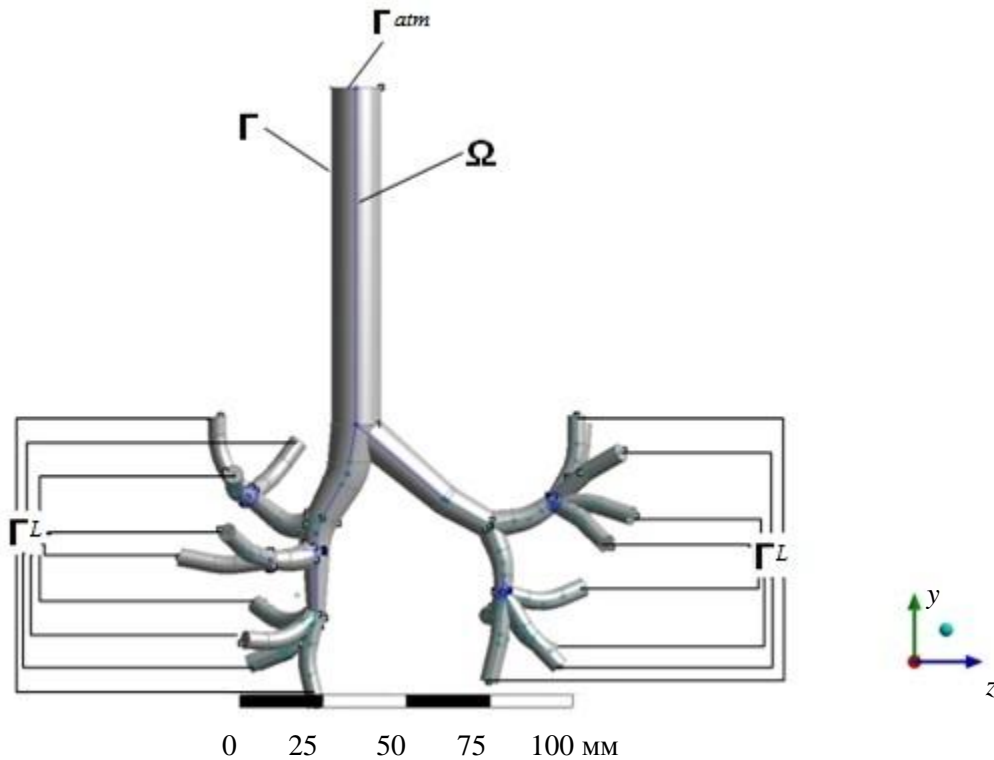


Рис. 1. Трехмерная геометрия воздухоносных путей в аксонометрии (вид спереди)

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА

Первая (основная, несущая) фаза представляет собой воздух, другие фазы – твердые частицы различного размера. Для несущей фазы запишем уравнения сохранения массы и импульса ( $j = 1$ ):

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{v}_1) = 0, \mathbf{r} \in \Omega, t \in [0; T), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 \mathbf{v}_1) + \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 + \rho_1 \mathbf{g} - \sum_j \mathbf{P}_{1j}, \mathbf{r} \in \Omega, t \in [0; T), \quad (3)$$

где  $\rho_1$  – плотность несущей фазы, кг/м<sup>3</sup>;  $\mathbf{v}_1$  – скорость материальных частиц несущей фазы, м/с;  $\boldsymbol{\sigma}_1$  – поле тензора напряжений Коши для несущей фазы, Па;  $\mathbf{g}$  – вектор, характеризующий интенсивность внешних массовых сил (на единицу массы) (ускорение свободного падения), м/с<sup>2</sup>;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор,  $\Omega$  – внутренность области,  $\Gamma$  – граница области  $\Omega$ ,  $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$  – замкнутая область,  $t$  – время,  $T$  – верхняя граница изменения временной переменной;  $\mathbf{P}_{ij}$  – слагаемое, описывающее интенсивность обмена импульсом между первой и  $j$ -й фазами, Н/м<sup>3</sup>.

Скорость перемещения центров масс частиц (несомой фазы) определяется как ( $j = \overline{2, J}$ ):

$$\mathbf{v}_j = \frac{d\mathbf{r}_j}{dt}, t \in (0; T], j = \overline{2, J}, \quad (4)$$

Движение частиц (несомой фазы) описывается уравнением

$$m_j \frac{d\mathbf{v}_j}{dt} = \mathbf{F}_{Dj} + \mathbf{F}_{Gj}, \quad \mathbf{r}_j \in \Omega, t \in (0; T], \quad j = \overline{2, J}, \quad \sum_j \quad , \quad (5)$$

где  $m_j$  – масса  $j$ -й частицы, кг,  $m_j = \frac{\pi}{6} d_j^3 \rho_j$ ,  $\rho_j$  – плотность  $j$ -й частицы, кг/м<sup>3</sup>;  $\mathbf{v}_j$  – скорость центров масс  $j$ -й частицы, м/с;  $\mathbf{r}_j$  – радиус-вектор центра масс  $j$ -й частицы;  $\mathbf{F}_{Gj}$  – сила тяжести ( $\mathbf{F}_{Gj} = m_j \mathbf{g}$ ), (кг·м)/с<sup>2</sup>;  $\mathbf{F}_{Dj}$  – сила, обусловленная воздействием обтекающего воздуха, (кг·м)/с<sup>2</sup>, определяемая по соотношению

$$\mathbf{F}_{Dj} = \frac{1}{8} \rho_j \pi d_j^2 C_D |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_j| (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_j), \quad (6)$$

где  $C_D$  – коэффициент сопротивления, определяемый для сферических частиц по соотношениям [57]

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}} (1 + 0,15 \text{Re}) & \text{при } \text{Re} \leq 1000, \\ 0,44 & \text{при } \text{Re} > 1000, \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{Re} = \frac{|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_j| d_j}{\nu_1}, \quad (8)$$

где  $\text{Re}$  – критерий Рейнольдса.

Слагаемые  $\mathbf{P}_{1j}$  в уравнении (3) являются распределенными силами (Н/м<sup>3</sup>), характеризующими механическое межфазное взаимодействие между газом и твердыми сферами. Для определения распределенных сил вводится представительный скользящий объем (ПО) для газа, которым в каждый момент времени сканируется исследуемая область; в каждом положении ПО определяются частицы, попадающие в него, геометрически суммируются силы, действующие на газ со стороны частиц (обратные силам (6)), делятся на объем ПО, результат приписывается к геометрическому центру ПО.

Обобщенное решение реализуется с помощью метода конечных элементов, в качестве представительного объема используются конечные элементы. На момент начала шага по времени в каждом элементе проводится суммирование сил межфазного взаимодействия по всем частицам, попавшим в этот объем. Полученный результат (с обратным знаком) делится на объем элемента, определяется распределенная по объему сила (однородная по элементу). Для определения сил в узлах полученная нагрузка суммируется с силами тяжести.

Представим тензор напряжений в виде суммы шаровой и девиаторной составляющих:

$$\sigma_1 = -p_1 \mathbf{I} + \tau_1, \quad (9)$$

где  $p_1$  – давление несущей фазы;  $\mathbf{I}$  – единичный тензор;  $\tau_1$  – девиаторная часть тензора напряжений Коши несущей фазы, которую можно записать в виде

$$\tau_1 = \eta_1 (\nabla \mathbf{v}_1 + (\nabla \mathbf{v}_1)^T - \frac{2}{3} \mathbf{IV} \cdot \mathbf{v}_1), \quad (10)$$

где  $\eta_1$  – сдвиговая вязкость несущей фазы.

В нормальных условиях (при давлении, близком к атмосферному, и температуре, близкой к температуре тела) шаровая составляющая тензора напряжений с большой точностью описывается законом вида

$$p_1 = \rho_1 R \theta_1, \mathbf{r} \in \bar{\Omega}, t \in (0; T], \quad (11)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\theta_1$  – температура смеси.

Начальные условия имеют вид

$$\mathbf{v}_j(0, \mathbf{r}) = \mathbf{0}, \mathbf{r} \in \bar{\Omega}, t = 0, j = \overline{1, J}. \quad (12)$$

Граничные условия для несущей фазы ( $j=1$ ) таковы

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{n} = p^{atm}, \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = \mathbf{0}, \mathbf{r} \in \Gamma^{atm}, \quad (13)$$

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{n} = p^{lung}, \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = \mathbf{0}, \mathbf{r} \in \Gamma^L, \quad (14)$$

$$\mathbf{v}_1|_{\Gamma} = \mathbf{v}^{AW}, \mathbf{r} \in \Gamma. \quad (15)$$

На стенке воздухоносных путей (границе  $\Gamma$ ) задается условие прилипания твердых частиц:

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{r}^{AW}, \mathbf{n} \cdot (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}^{AW}) < 0, \mathbf{r} \in \Gamma, t \in [0; T), j = \overline{2, J}, \quad (16)$$

где  $\mathbf{v}^{AW}$  – вектор скорости стенки воздухоносных путей. Иначе говоря, если относительная (относительно точки стенки воздухоносного пути) скорость движения частицы составляет тупой угол с внешней нормалью к стенке пути, то фиксируется точка оседания частицы, а сама частица выводится из числа движущихся.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассматривается движение воздуха, содержащего взвешенные частицы оксида алюминия диаметром менее 10 мкм ( $PM_{10}$ ), в нижних воздухоносных путях человека. Взвешенные частицы, поступающие ингаляционным путем, оказывают негативное влияние на состояние дыхательной и сердечно-сосудистой системы. Алюминий при хроническом воздействии способен вызывать заболевания центральной нервной системы, оксид алюминия приводит к заболеваниям органов дыхания и нарушениям массы тела [21]. Взвешенные частицы оксида алюминия встречаются в воздухе рабочей зоны предприятий, осуществляющих деятельность по добыче, подготовке и обогащению руд цветных металлов, содержащих алюминий, производству изделий из алюминия и алюминийсодержащих сплавов, а также в атмосферном воздухе населенных мест вокруг расположения данных предприятий.

Исследуется содержание взвешенных веществ  $PM_{10}$  во вдыхаемом воздухе на уровне норматива предельно допустимых среднесуточных концентраций, который составляет  $0,06 \text{ мг/м}^3$ . Часть взвешенных частиц оседает в верхних воздухоносных путях и не достигает трахеи. Для определения концентрации взвешенных частиц, достигших входа в трахею, были использованы результаты, полученные с помощью модели *ICRP* Международного комитета радиационной защиты [41]. С учетом принятого поправочного коэффициента концентрация взвешенных частиц в сечении входа в трахею принята равной  $0,027 \text{ мг/м}^3$ .

Взвешенные частицы задаются через грани эйлеровых конечных элементов в сечении входа. Твердые частицы вводятся равномерно в центрах каждой площадки. На всех границах используется распределение диаметров частиц по нормальному закону



от 0 до 10 мкм (среднее значение диаметра частиц равно 5 мкм, стандартное отклонение распределения равно 5) по каждой площадке. Скорость частиц в сечении входа совпадает со скоростью несущей фазы. На входе в трахею задается суммарный массовый расход всех вводимых частиц исходя из скорости несущей фазы, площади трахеи и концентрации взвешенных частиц.

Расчеты нестационарного течения воздуха (многокомпонентной смеси с твердыми частицами) в крупных воздухоносных путях выполнены с использованием программного продукта *ANSYS CFX*. Построение трехмерной геометрии воздухоносных путей подробно описано в предыдущей статье авторов [3]. Получены параметры течения газовой смеси с твердыми частицами диаметром менее 10 мкм во время вдоха. На рис. 2 представлены поля скоростей и траектории движения твердых частиц во время вдоха в различные моменты времени (0,5; 1; 1,5; 2 с).

Скорость течения воздуха при вдохе плавно увеличивается до середины вдоха (момента  $t = 1$  с). При  $t = 1$  с наблюдается наибольшая скорость течения воздуха, что обусловлено наибольшим градиентом давления между входом в трахею и входами в легкие. Максимальная скорость наблюдается в левом доленом бронхе и составляет 17,28 м/с (при  $t = 1$  с). Скорость течения воздуха во время вдоха на входе в трахею достигает 7,07 м/с.

В целом по мере уменьшения диаметра воздухоносных путей снижаются скорости течения воздуха. Это объясняется тем, что суммарная площадь сечений на входе в легкие больше площади поперечного сечения трахеи. Наименьшая скорость

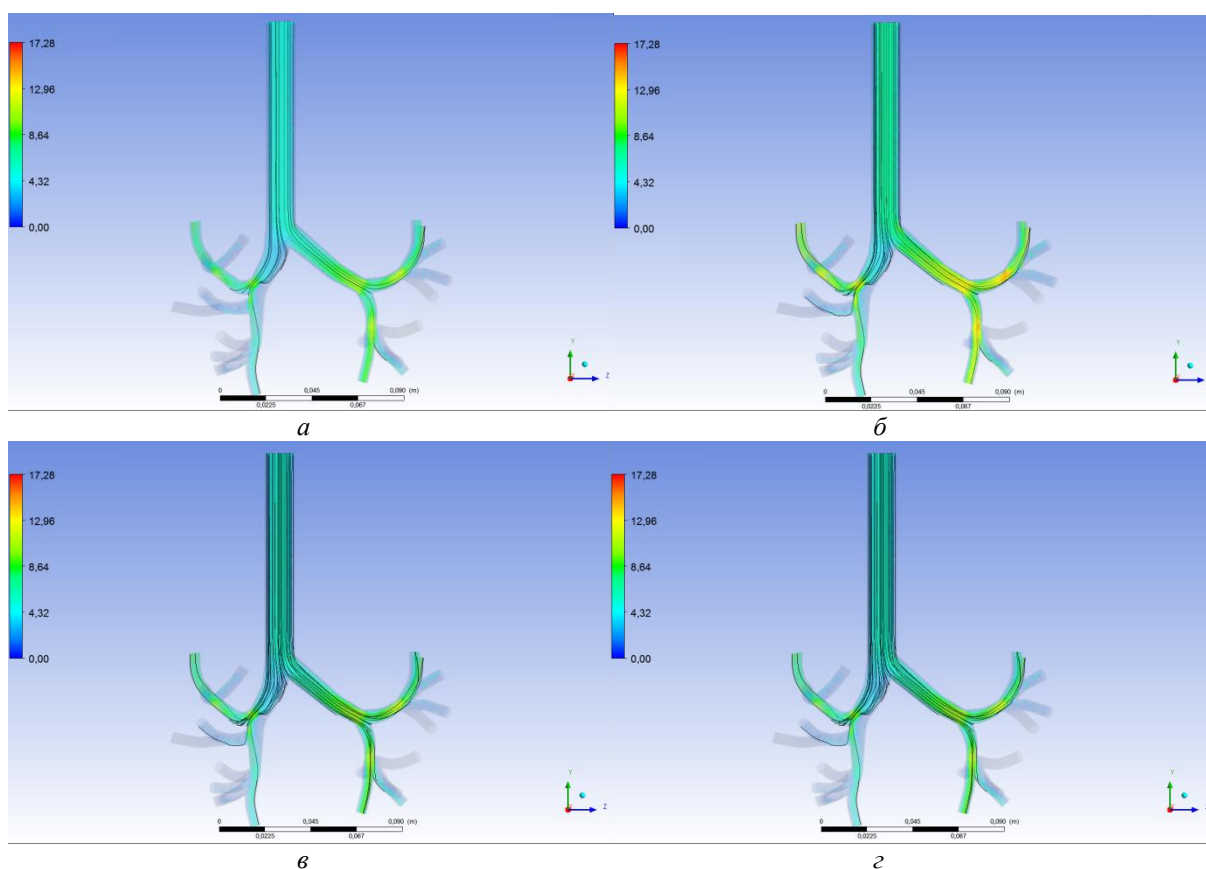


Рис. 2. Поле скорости течения газа и траектории твердых частиц в различные моменты времени: *а* – 0,5 с; *б* – 1 с; *в* – 1,5 с; *г* – 2 с

наблюдается в сегментарных бронхах. В местах сужения и ветвления происходит увеличение скоростей течения воздуха.

Черными линиями на рис. 2 отмечены траектории движения твердых частиц в респираторном тракте в различные моменты времени. На рис. 3 представлены траектории частиц в зависимости от их размера (красным цветом отмечены крупные частицы, синему цвету соответствуют более мелкие частицы).

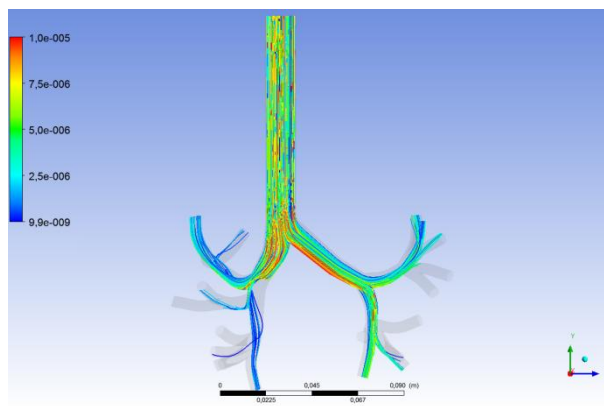


Рис. 3. Траектории движения частиц в воздухоносных путях (красный цвет – крупные частицы; синий – мелкие)

Для частиц большего размера и массы (5–10 мкм) характерен инерционный механизм оседания, данные частицы оседают в трахее и главных бронхах, частицы размером 2,5–5 мкм – в долевых бронхах, частицы размером менее 2,5 мкм способны проникать более глубоко в воздухоносные пути и легкие человека. Попадая в легкие, взвешенные частицы способны в них накапливаться и оказывать негативное влияние на состояние здоровья человека, способствовать появлению заболеваний.

Результаты, полученные с помощью подмодели движения воздуха в крупных нижних воздухоносных путях человека, являются входной информацией для моделирования движения газозвеси в легких человека. Кроме того, полученные результаты могут быть использованы для решения задач по оценке риска здоровью человека от действия взвешенных частиц, осевших в нижних воздухоносных путях человека.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с использованием разработанной модели мезоуровня дыхательной системы человека рассмотрено многофазное нестационарное течение смеси газов и твердых частиц размером менее 10 мкм, а также оседание взвешенных частиц в первых четырех генерациях крупных нижних воздухоносных путях человека, начиная с трахеи. Расчеты параметров течения были выполнены с использованием программного продукта *ANSYS CFX*. Получены параметры течения газовой смеси с твердыми частицами, приведены поля скоростей и траектории движения твердых частиц различных размеров во время вдоха в различные моменты времени.

Дальнейшее развитие модели предполагает совместное решение задач газодинамики в дыхательных путях человека и распространения воздуха в упругодеформируемой насыщенной пористой среде легких человека. Кроме того, детальное рассмотрение требует исследование течения воздуха в верхних воздухоносных путях; газообмена через альвеолярно-капиллярную мембрану; взаимодействия дыхательной системы с другими органами и системами человеческого

организма (сердечно-сосудистой, нервной, костно-мышечной); механизмов накопления функциональных нарушений при ингаляционном поступлении химических веществ с вдыхаемым воздухом. Соответствующие подмодели в настоящее время находятся в стадии разработки, полученные результаты составляют предмет последующих публикаций авторов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борзяк Э.И., Волкова Л.И., Добровольская Е.А., Ревазов В.С., Сапин М.Р. Анатомия человека / под ред. М.Р. Сапина. – М.: Медицина, 1993. – Т. 1. – 544 с.
2. Вейбель Э.Р. Морфометрия легких человека. – М.: Медицина, 1970. – 175 с.
3. Власова Е.М., Воробьева А.А., Пономарева Т.А. Особенности формирования кардиореспираторной патологии у работников титаномагниевого производства // Медицина труда и промышленная экология. – 2017. – № 9. – С. 38.
4. Ганимедов В.Л., Мучная М.И., Садовский А.С. Течение воздуха в носовой полости человека. Результаты математического моделирования // Российский журнал биомеханики. – 2015. – Т. 19, № 1. – С. 37–51.
5. ГН 2.1.6.2604-10. Дополнение № 8 к ГН 2.1.6.1338-03. Предельно допустимые концентрации (ПДК) загрязняющих веществ в атмосферном воздухе населенных мест [Электронный ресурс]. – URL: <http://docs.cntd.ru/document/902216601> (дата обращения: 22.12.2017).
6. Голдбергер Э.Л., Ригни Д.Р., Уэст Б.Дж. Хаос и фракталы в физиологии человека // В мире науки. – 1990. – № 4. – С. 25–32.
7. Гребенев А.Л. Пропедевтика внутренних болезней. – М.: Медицина, 2001. – 592 с.
8. Зайцева Н.В., Устинова О.Ю., Аминова А.И. Гигиенические аспекты нарушения здоровья детей при воздействии химических факторов среды обитания / Под ред. Н.В. Зайцевой. – Пермь: Книжный формат, 2011. – 489 с.
9. Здравоохранение в России. 2017: Стат. сб. – М.: Росстат, 2017. – 170 с.
10. Золотко Ю.Л. Атлас топографической анатомии человека. – М.: Медицина, 1967. – 272 с.
11. Измеров Н.Ф. Современные проблемы медицины труда России // Медицина труда и экология человека. – 2015. – № 2. – С. 5–12.
12. Кацнельсон Б.А., Алексеева О.Г., Привалова Л.И., Ползик Е.В. Пневмокониозы: патогенез и биологическая профилактика. – Екатеринбург: УрО РАМН, 1995 – 325 с.
13. Кукес В.Г., Маринин В.Ф., Реуцкий И.А., Сивков С.И. Врачебные методы диагностики (осмотр, пальпация, перкуссия, аускультация): Учеб. пособие для вузов. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2006. – 720 с.
14. Лисицын Ю.П. Основной вопрос медицины. Образ жизни. Общественное здоровье. Санология: актовая речь. – М.: ВНИИМИ, 1987. – С. 7–14.
15. Лисицын Ю.П. Слово о здоровье. – М.: Советская Россия, 1986. – 192 с.
16. Любимов Г.А. Модели легких человека и исследование с их помощью механики дыхания // Труды математического института им. В.А. Стеклова. – 1998. – Т. 223. – С. 196–206.
17. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
18. Морган Э.Дж., Мэгид С.М. Клиническая анестезиология: книга вторая. – М.; СПб.: БИНОМ-Невский диалект, 2001. – 396 с.
19. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
20. Онищенко Г.Г. Влияние состояния окружающей среды на здоровье населения. Нерешенные проблемы и задачи // Гигиена и санитария. – 2003. – № 1. – С. 3–10.
21. Онищенко Г.Г., Зайцева Н.В., Землянова М.А. Гигиеническая индикация последствий для здоровья при внешнесредовой экспозиции химических факторов / Под ред. Г.Г. Онищенко. – Пермь: Книжный формат, 2011. – 532 с.
22. Р 2.1.10.1920-04. Руководство по оценке риска для здоровья населения при воздействии химических веществ, загрязняющих окружающую среду. – М.: Федеральный центр госсанэпиднадзора Минздрава России, 2004. – 143 с.
23. Рахманин Ю.А., Новиков С.М., Авалиани С.Л., Синицына О.О., Шашина Т.А. Современные проблемы оценки риска воздействия факторов окружающей среды на здоровье населения и пути ее совершенствования // Анализ риска здоровью. – 2015. – № 2. – С. 4–14. DOI: 10.21668/health.risk/2015.2.01
24. Синельников Р.Д., Синельников Я.Р. Атлас анатомии человека. – М.: Медицина, 1996. – Т. 2. – 264 с.

25. Тишин А.И., Эгембердиев Т.М. Фрактальность человека // Фракталы и циклы развития систем. – Томск, 2001. – С. 67–71.
26. Трусов П.В., Зайцева Н.В., Кирьянов Д.А., Камалтдинов М.Р., Цинкер М.Ю., Чигвинцев В.М., Ланин Д.В. Математическая модель эволюции функциональных нарушений в организме человека с учетом внешнесредовых факторов // Математическая биология и биоинформатика. – 2012. – № 2. – С. 589–610.
27. Трусов П.В., Зайцева Н.В., Цинкер М.Ю. Моделирование процесса дыхания человека: концептуальная и математическая постановки // Математическая биология и биоинформатика. – 2016. – Т. 11, № 1. – С.64–80.
28. Уэст Дж. Физиология дыхания. Основы. – М.: Мир, 1988. – 196 с.
29. Фомин В.М., Ветлущкий В.Н., Ганимедов В.Л., Мучная М.И., Шепеленко В.Н., Мельников М.Н., Савина А.А. Исследование течения воздуха в носовой полости человека // Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т. 51, № 2. – С. 107–115.
30. Фомин В.М., Ганимедов В.Л., Мельников М.Н., Мучная М.И., Садовский А.С., Шепеленко В.И. Численное моделирование течения воздуха в носовой полости человека с имитацией применения клинического метода передней активной риноманометрии // Прикладная механика и техническая физика. – 2012. – Т. 53, № 1. – С. 58–66.
31. Холодов А.С. Некоторые динамические модели внешнего дыхания и кровообращения с учетом их взаимосвязи и переноса // Компьютерные модели и прогресс медицины. – М.: Наука, 2001. – С. 127–163.
32. Холодов А.С., Симаков С.С. Численное исследование содержания кислорода в крови человека при низкочастотных воздействиях // Математическое моделирование. – 2008. – Т. 20, № 4. – С. 87–102.
33. Цинкер М.Ю. Трехмерное моделирование дыхательной системы человека для задач оценки рисков здоровью при ингаляционной экспозиции химических веществ // Гигиена и санитария. – 2016. – Т. 95, №1. – С. 90–93.
34. Шкляр Б.С. Диагностика внутренних болезней. – Киев: Высшая школа, 1972. – 516 с.
35. Ahmadi G., Zamankhan P., Wang Z.C., Hopke P.K., Cheng Y.S., Su W.C., Leonard D. Airflow and deposition of nano-particles in a human nasal cavity // Aerosol Sci. Technol. – 2006. – Vol. 40. – P. 463–476.
36. Benallal H., Beck K.C., Johnson B.D., Busso T. Evaluation of cardiac output from a tidally ventilated homogeneous lung model // Eur. J. Appl. Physiol. – 2005. – Vol. 95. – P. 153–162.
37. Ben-Tal A. Simplified models for gas exchange in the human lungs // Journal of Theoretical Biology. – 2006. – Vol. 238. – P. 474–495.
38. Brain J.D., Valberg P.A. Models of lung retention based on the ICRP task group report // Arch. Environ. Health. – 1974. – Vol. 28, № 1. – P. 1–11.
39. Burnett R.T., Smith-Doiron M., Stieb D., Cakmak S., Brook J.R. Effects of particulate and gaseous air pollution on cardiorespiratory hospitalizations // Archives Environmental Health. – 1999. – Vol. 54, № 2. – P. 130–139.
40. Choi J. Multiscale numerical analysis of airflow in CT-based subject specific breathing human lungs. – Iowa: University of Iowa, 2011. – 259 p.
41. Comer J.K., Kleinstreuer C., Hyun S., Kim C.S. Aerosol transport and deposition in sequentially bifurcating airways // J. Biomech. Eng. – 2000. – Vol. 122. – P. 152–158.
42. Cui X. CFD Study of the flow field and particle dispersion and deposition in the upper human respiratory system. – Heidelberg: Universität Heidelberg, 2012. – 176 p. DOI: 10.11588/heidok.00013457.
43. Dockery D.W., Pope C.A. III, Xu X., Spengler J.D., Ware K.H., Fay M.E., Ferris B.G., Speizer F.E. An association between air pollution and mortality in six U.S. cities // New England J.Med. – 1993. – Vol. 329. – P. 1753–1759.
44. Gemci T., Ponyavin V., Chen Y., Chen H., Collins R. Computational model of air flow in upper 17 generations of human respiratory tract // J. Biomech. – 2008. – Vol. 41. – P. 2047–2054.
45. Jayaraju S.T., Brouns M., Verbanck S., Lacor C. Fluid flow and particle deposition analysis in a realistic extrathoracic airway model using unstructured grids // J. Aerosol Sci. – 2007. – Vol. 38. – P. 494–508.
46. Kleinstreuer C., Longest P.W., Buchanan J.R. Efficient computation of micro-particle dynamics including wall effect // Comput. Fluids. 2004. – Vol. 33. – P. 577–601.
47. Kleinstreuer C., Zhanga Z., Lia Z., Roberts W.L., Rojasc C. A new methodology for targeting drug-aerosols in the human respiratory system // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2008. – Vol. 51. – P. 5578–5589.
48. Kuwahara F., Sano Y., Liu J., Nakayama A. A porous media approach for bifurcating flow and mass transfer in a human lung // J. Heat Transfer. – 2009. – Vol. 131, № 10. DOI: 10.1115/1.3180699.
49. Lambert A.R. Regional deposition of particles in an image-based airway model: CFD simulation and left-right lung ventilation asymmetry. – Iowa: University of Iowa, 2010. – 68 p.

50. Longest P.W., Oldham M.J. Numerical and experimental deposition of fine respiratory aerosols: Development of a two-phase drift flux model with near-wall velocity corrections // *J. Aerosol Sci.* – 2008. – Vol.39. – P. 48–70.
51. Longest P.W., Xi J.X. Effects of oral airway geometry characteristics on the diffusional deposition of inhaled nanoparticles // *J. Biomech. Eng.* – 2008. – Vol. 130, № 1. – P. 011008. Doi: 10.1115/1.2838039.
52. Martonen T.B. Analytical model of hygroscopic particle behavior in human airways // *Bulletin of Mathematical Biology.* – 1982. – Vol. 44, № 3. – P. 425–442.
53. Matida E.A., Ilie M., Finlay W.H. Asymmetrical aerosol deposition in an idealized mouth with a DPI mouthpiece inlet // *Aerosol Sci. Technol.* – 2008. – Vol. 42. – P. 10–17.
54. Muller P.A. Modeling of particle transport and deposition in the acinar region of the lung. – Les Loges-en-Josas: University of Paris-Est, 2011. – 189 p.
55. Pope C.A., Thum M.J., Namboodiri M.M., Dockery D.W., Evans J.S., Speizer F.E., Heath C.W. Particulate air pollution as a predictor of mortality in a prospective study of U.S. adults // *Am. Respir. Crit. Care Med.* – 1995. – Vol. 151, № 3. – P. 669–674.
56. Reis A.H., Miguel A.F., Aydin M. Constructural theory of flow architecture of the lungs // *Journal of Medical Physics.* – 2004. – Vol. 31. – P. 1135–1140.
57. Rostami A.A. Computational modeling of aerosol deposition in respiratory tract: a review // *Inhal.Toxicol.* – 2009. – Vol. 21. – P. 262–290.
58. Saksono P.H., Nithiarasu P., Sazonov I. Numerical prediction of heat transfer patterns in a subject-specific human upper airway // *J. Heat Transfer.* – 2012. – Vol. 134. – P. 031022–1–9.
59. Schiller L., Naumann Z. A drag coefficient correlation // *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure.* – 1935. – Vol. 77. – P. 318–320.
60. Schwartz J. Air pollution and daily mortality in Birmingham Alabama // *Am. J. Epidemiol.* – 1993. – Vol. 137. – P. 1136–1147.
61. Schwartz J., Morris R. Air Pollution and Hospital admissions for cardiovascular disease in Detroit, Michigan // *American Journal of Epidemiology.* – 1995. – Vol. 142, № 1. – P. 23–35.
62. Sznitman J., Heimsch F., Heimsch T., Rusch D., Rösgen T. Three-dimensional convective alveolar flow induced by rhythmic breathing motion of the pulmonary acinus // *J. Biomech. Eng.* – 2007. – Vol. 129. – P. 658–665.
63. Sznitman J., Heimsch T., Wildhaber J.H., Tsuda A., Rösgen T. Respiratory flow phenomena and gravitational deposition in a three-dimensional space-filling model of the pulmonary acinar tree // *J. Biomech.Eng.* – 2009. – Vol. 131. – P. 031010–1–16.
64. Trusov P.V., Zaitseva N.V., Kamaltdinov M.R. A multiphase flow in the antroduodenal portion of the gastrointestinal tract: a mathematical model [Электронныйресурс] // *Computational and Mathematical Methods in Medicine.* – Vol. 2016, Article ID 5164029. – 18 p. – URL: <https://www.hindawi.com/journals/cm/mm/2016/5164029/> (датаобращения: 18.12.2017)
65. Wall W.A., Rabczuk T. Fluid structure interaction in lower airways of CT-based lung geometries // *Int. J. Num. Methods in fluids.* – 2008. – № 57. – P. 653–675.
66. Walters D.K., Luke W.H. A method for three-dimensional Navier-Stokes simulations of large-scale regions of the human lung // *Journal of Fluids Engi- neering.* – 2010. – Vol. 132, № 5. – P. 051101-1–051101-8.
67. Walters D.K., Luke W.H. Computational fluid dynamics simulations of particle deposition in large-scale multigenerational lung models // *J. Biomech. Eng.* – 2011. – Vol. 133. – P. 011003–1–8.
68. West G.B., Brown J.H., Enquist B.J. The Fourth Dimension of Life: Fractal Geometry and Allometric Scaling of Organisms // *Science.* – 1999. – Vol. 283, № 4.– P. 1677–1679.
69. Zaitseva N.V., Kiryanov D.A., Lanin D.V., Chigvintsev V.M. A mathematical model of the immune and neuroendocrine systems mutual regulation under the technogenic chemical factors impact [Электронныйресурс] // *Computational and Mathematical Methods in Medicine.* – Vol. 2014, ArticleID 492489. – 12 p. – URL:<https://www.hindawi.com/journals/cm/mm/2014/492489/abs/> (датаобращения: 20.12.2017).
70. Zhang Z., Kleinstreuer C. Species heat and mass transfer in a human upper airway model // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 2003. – Vol. 46. – P. 4755–4768.
71. Zhang Z., Kleinstreuer C. Transient air flow structures and particle transport in a sequentially branching lung airway model // *Phys. Fluids.* – 2002. – Vol. 14. – P. 862–880.
72. Zhang Z., Kleinstreuer C., Kim C.S. Airflow and nanoparticle deposition in a 16-generation tracheobronchial airway model // *Ann. Biomed. Eng.* – 2008. – Vol. 36. – P. 2095–2110.
73. Zhang Z., Kleinstreuer C., Kim C.S. Flow structure and particle transport in a triple bifurcation airway model // *J. Fluids Eng.* – 2001. – Vol. 123. – P. 320–330.
74. Zhang Z., Kleinstreuer C., Kim C.S. Micro-particle transport and deposition in a human oral airway model // *J. Aerosol Sci.* – 2002. – Vol. 33. – P. 1635–1652.

## MODELLING DUSTY AIR FLOW IN THE HUMAN RESPERATORY TRACT

P.V. Trusov, N.V. Zaitseva, M.Yu.Tsinker, A.V. Babuskina (Perm, Russia)

The paper focuses on studying non-stationary flow and deposit of dusty air (multiphase mixture of gases and solid particles) in the large lower airways within the frameworks of developing a mathematical model for the human respiratory system. The authors examine weighted particulates of aluminum oxide (with diameter of particles less than 10  $\mu\text{m}$ ) content in inhaled air, at "maximum permissible average daily concentrations" level. The carrier phase is described with a viscous liquid model; solid particles are individual particles with different sizes with specific equations given for them; solid particles are thought to be spherical. Flow parameters are calculated with ANSYS CFX software package. We obtain parameters for flow of gas mixture with solid particles; the paper contains velocities fields and tracks of solid particles with different sizes during an inhalation at various time moments. Results obtained due to a submodel describing air movement in the human large lower airways are initial data for modeling gas suspension flow in the human lungs. Besides, the obtained results can be applied to solve tasks on assessing human health risks caused by impacts exerted by weighted particulates deposited in the human lower airways. Further model development should involve combined solution to issues of gas dynamics in the human airways and air filtration in the elastostrained saturated porous medium of the human lungs.

**Keywords:** mathematical modelling, gasdynamics, resperatory system, weighted particulates, human respiratory tract.

*Получено 21 мая 2018*